

第六章 机械能

第1讲 功与功率

课标要求

理解功和功率；了解生产生活中常见机械的功率大小及其意义。

必备知识·强基固本

一、功

1. 概念：一个物体受到力的作用，如果在_____上发生了一段位移，就说这个力对物体做了功。

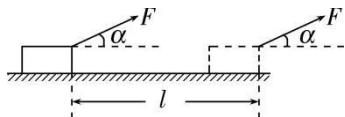
【答案】力的方向

2. 做功的两个要素

- (1) 作用在物体上的_____。
(2) 物体在_____上发生的位移。

【答案】力；力的方向

3. 公式： $W = Fl\cos\alpha$ 。如图所示。



(1) α 是力与位移方向之间的夹角， l 为力的作用点的位移。

(2) 该公式只适用于____做功。

【答案】恒力

4. 功的正负

- (1) 当 $0^\circ \leq \alpha < 90^\circ$ 时， $W > 0$ ，力对物体做____。
(2) 当 $\alpha = 90^\circ$ 时， $W = 0$ ，力对物体____。
(3) 当 $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$ 时， $W < 0$ ，力对物体做____，或者说物体____这个力做了功。

【答案】正功；不做功；负功；克服

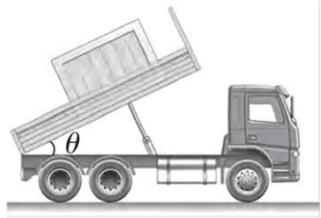
点拨

一对平衡力所做的功一定是数值相等、一正一负或都为零的。一对相互作用力做的总功可正、可负，也可为零。

教材挖掘。（粤教版必修第二册第四章第一节）

自动卸货车始终静止在水平地面上，车厢在液压机的作用下倾角 θ 缓慢增大且货物相对车厢静止的过程中，货物受到的支持力、摩擦力和重力分别对货

物做正功、负功还是不做功？车厢对货物做正功、负功还是不做功？货物受到的各力对货物做的总功为正功、负功还是零？



提示：货物受到的支持力做正功，摩擦力不做功，重力做负功；车厢对货物做正功；货物受到的各力对货物做的总功为0。

二、功率

1. 定义：功与完成这些功所用时间的比值。

2. 物理意义：描述力对物体做功的_____。

【答案】快慢

3. 公式

(1) $P = \frac{W}{t}$, P 为时间 t 内的平均功率。

(2) $P = \underline{\hspace{2cm}}$ (α 为 F 与 v 的夹角)。 v 为平均速度，则 P 为
 $\underline{\hspace{2cm}}$ ； v 为瞬时速度，则 P 为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 $Fv\cos\alpha$; 平均功率; 瞬时功率

4. 额定功率与实际功率

(1) 额定功率：动力机械正常工作时输出的最大功率。

(2) 实际功率：动力机械实际工作时输出的功率，要求小于或等于额定功率。

自主评价

1. 依据下面小情境，判断下列说法对错。

如图所示，一中学生正在做引体向上。引体向上分为两个过程：身体从最低点升到最高点的“上引”过程，身体从最高点回到最低点的“下放”过程。某同学在30s内连续完成10个完整的引体向上，假设每次“上引”过程重心升高的高度大约为50cm，已知该同学的质量为60kg， g 取 $10m/s^2$ 。



- (1) “上引”过程单杠对人做正功。 ()
- (2) “下放”过程单杠对人做负功。 ()
- (3) 在 30s 内重力做的总功约为 3000J。 ()
- (4) 在 30s 内克服重力做功的平均功率约为 100W。 ()
- (5) “上引”过程人克服重力做功的瞬时功率一直增大。 ()

【答案】(1) ×

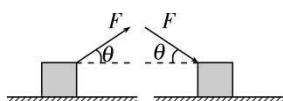
(2) ×

(3) ×

(4) √

(5) ×

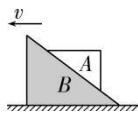
2. (人教版必修第二册改编) 在水平粗糙地面上, 使同一物体由静止开始做匀加速直线运动, 第一次是斜向上拉, 第二次是斜向下推, 两次力的作用线与水平方向的夹角相等, 力的大小也相等, 位移大小也相等, 则 ()



- A. 力F对物体做的功相等, 合力对物体做的总功也相等
 B. 力F对物体做的功相等, 合力对物体做的总功不相等
 C. 力F对物体做的功不相等, 合力对物体做的总功相等
 D. 力F对物体做的功不相等, 合力对物体做的总功也不相等

【答案】B

3. (教科版必修第二册改编) 如图, 物块A与斜面体B一起水平向左做匀加速运动的过程中, 物块A所受的力做负功的是 ()



- A. 重力 B. 支持力 C. 摩擦力 D. 合外力

【答案】B

关键能力·核心突破

考点一 功的分析与计算

1. 功的理解下列关于功的说法中正确的是 ()

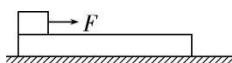
- A. 一个力作用在物体上, 如果这个力做功为零, 则该物体一定处于静止状态
 B. 由于功是标量, 所以+6J 的功大于-30J 的功

- C. 物体所受多个力做功的代数和等于这几个力的合力做的功
D. 相互接触的两物体间一对滑动摩擦力做功之和一定等于零

【答案】C

【解析】作用在物体上的一个力做功为零，该物体不一定处于静止状态，可能是运动方向与力的方向垂直，故 A 错误；功是标量，但功的正负不表示大小， $+6\text{J}$ 的功小于 -30J 的功，故 B 错误；物体所受多个力做功的代数和等于这几个力的合力做的功，故 C 正确；相互接触的两物体间的一对滑动摩擦力做功之和为负值，故 D 错误。

2. **恒力做功的计算多选** 如图所示，质量为 M 、长度为 L 的木板静止在光滑的水平面上，质量为 m 的小物体（可视为质点）放在木板最左端，现用水平恒力 F 作用在小物体上，使小物体从静止开始做匀加速直线运动。已知小物体和木板之间的摩擦力为 f ，当小物体滑到木板的最右端时，木板运动的距离为 x ，则在此过程中（ ）

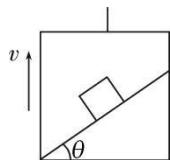


- A. 力 F 对小物体做功大小为 $F(L + x)$
B. 摩擦力对小物体做功为 $-fL$
C. 摩擦力对小物体做功为 $-fx$
D. 摩擦力对木板做功为 fx

【答案】AD

【解析】力 F 对小物体做功 $W_F = F(L + x)$ ，故 A 正确；小物体受到的摩擦力向左，摩擦力对小物体做功 $W = -f(L + x)$ ，故 B、C 错误；木板受到的摩擦力向右，摩擦力对木板做功 $W' = fx$ ，故 D 正确。

3. **恒力做功的计算多选** 如图所示，升降机内斜面的倾角 $\theta = 30^\circ$ ，质量为 2kg 的物体置于斜面上始终不发生相对滑动，在升降机以 5m/s^2 的加速度从静止开始匀加速上升 4s 的过程中。 g 取 10m/s^2 ，则（ ）



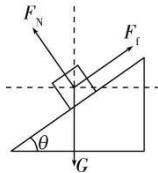
- A. 斜面对物体的支持力做功 900J
B. 斜面对物体的摩擦力做功 -300J

C. 物体克服重力做功 -800J

D. 合外力对物体做功 400J

【答案】AD

【解析】物体受力如图所示，由牛顿第二定律得 $F_f\cos\theta - F_N\sin\theta = 0$, $F_f\sin\theta + F_N\cos\theta - G = ma$, 代入数据得 $F_f = 15\text{N}$, $F_N = 15\sqrt{3}\text{N}$, 又 $x = \frac{1}{2}at^2 = 40\text{m}$, 斜面对物体的支持力所做的功 $W_N = F_N x \cos\theta = 900\text{J}$, 故 A 正确。斜面对物体的摩擦力所做的功 $W_f = F_f x \sin\theta = 300\text{J}$, 故 B 错误。物体重力做的功 $W_G = -mgx = -800\text{J}$, 则物体克服重力做功 800J , 故 C 错误。求合外力对物体做的功的方法不唯一。方法一： $W_{合} = F_{合}x = max = 400\text{J}$; 方法二： $W_{合} = W_N + W_f + W_G = 400\text{J}$; 方法三： $W_{合} = \Delta E_k = \frac{1}{2}m(at)^2 = 400\text{J}$ 。故 D 正确。



核心提炼

功的计算方法

(1) 恒力做的功：直接用 $W = Fl\cos\alpha$ 计算。

(2) 合外力做的功

方法一：先求合外力 $F_{合}$, 再用 $W_{总} = F_{合}l\cos\alpha$ 求总功，此法要求 $F_{合}$ 为恒力。

方法二：先求各个力做的功 W_1 、 W_2 、 W_3 、…，再应用 $W_{总} = W_1 + W_2 + W_3 + \dots$ 求总功，注意代入“+”“-”再求和。

方法三：利用动能定理， $W_{合} = E_{k2} - E_{k1}$ 。

视野拓展

变力做功的计算方法

1. 直接求解

方 法	以例说法	方法总结
等效	恒力 F 把物块从 A 拉到 B , 绳子对物块做功 $W = F(\frac{h}{\sin\alpha} - \frac{h}{\sin\beta})$	通过转换研究对象, 有些求变力做功可转化为求恒力做功, 用 $W =$

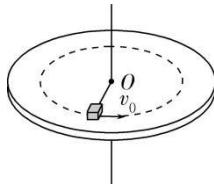
转换法		$F l \cos \alpha$ 求解。此法常常应用于轻绳通过定滑轮拉物体的问题中
微元法	<p>质量为m的木块在水平面内做圆周运动，运动一周克服摩擦力做功$W_f = F_f \cdot \Delta x_1 + F_f \cdot \Delta x_2 + F_f \cdot \Delta x_3 + \dots = F_f(\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \dots) = F_f \cdot 2\pi R$</p>	将物体的运动过程分割成许多小段，因小段很小，每一小段上作用在物体上的力可以视为恒力，这样就将求变力做功转化为求在许多个无穷小的位移上的恒力所做功的代数和。此法常应用于求解大小不变、方向改变的变力做功的情况
平均力法	<p>弹簧由伸长x_1被继续拉至伸长x_2的过程中，克服弹力做功$W = \frac{kx_1+kx_2}{2} \cdot (x_2 - x_1)$</p>	若力的方向不变，而大小随位移（注意不是随时间）均匀变化时，则可以认为物体受到一大小为 $F = \frac{F_1+F_2}{2}$ 的恒力作用，然后用公式 $W = Fl \cos \alpha$ 求此变力所做的功
图象法	<p>一水平拉力拉着一物体在水平面上运动的位移为x_0，$F-x$图线与x轴所围面积表示拉力所做的功</p>	在 $F-x$ 图像中，图线与 x 轴所围“面积”的代数和表示力 F 在这段位移所做的功，且位于 x 轴上方的“面积”为正，位于 x 轴下方的“面积”为负。此方法适用于所围图形规则的情况（如三角形、梯形、圆等规则的几何图形）

2. 间接求解

- (1) 根据能量变化和其他力做功情况来间接求变力做功，因为功是能量转化的量度。例如用动能定理或能量守恒定律等求解。
- (2) 若功率恒定或平均功率已知，可用 $W = Pt$ 求解。例如机车以恒定功率启动的过程，牵引力做的功 $W = Pt$ 。

例 1 [2021 · 山东卷 · 3, 3 分] 如图所示，粗糙程度处处相同的水平桌面上有一长为 L 的轻质细杆，一端可绕竖直光滑轴 O 转动，另一端与质量为 m 的小木块相

连。木块以水平初速度 v_0 出发，恰好能完成一个完整的圆周运动。在运动过程中，木块所受摩擦力的大小为（）

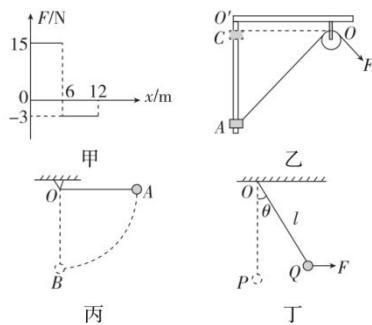


- A. $\frac{mv_0^2}{2\pi L}$ B. $\frac{mv_0^2}{4\pi L}$ C. $\frac{mv_0^2}{8\pi L}$ D. $\frac{mv_0^2}{16\pi L}$

【答案】B

【解析】 虽然运动过程中摩擦力 f 方向时刻改变，但与运动方向始终相反，用微元法，在很小的一段位移 Δx 内摩擦力可以看成恒力，克服摩擦力做功 $W_f = f \cdot \Delta x$ ，则运动一周克服摩擦力做功 $W_{f\text{总}} = f \cdot \Delta x_1 + f \cdot \Delta x_2 + f \cdot \Delta x_3 + \dots = f(\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \dots) = f \cdot 2\pi L$ 。木块以水平初速度 v_0 出发，恰好能完成一个完整的圆周运动，根据动能定理有 $-2\pi fL = 0 - \frac{1}{2}mv_0^2$ ，解得 $f = \frac{mv_0^2}{4\pi L}$ ，B 正确。

迁移应用 1. 多选 下列关于甲、乙、丙、丁四幅图中力 F 做功的说法正确的是（）



- A. 甲图中，全过程 F 做的总功为 72J
 B. 乙图中，若 F 大小不变，物块从 A 点运动到 C 点过程中，力 F 做的功为 $W = F \cdot AC$
 C. 丙图中，绳长为 R ，若空气阻力 f 大小不变， OA 水平，细绳伸直，小球从 A 运动到 B 过程中空气阻力做的功 $W = -\frac{1}{2}\pi Rf$
 D. 丁图中， F 始终保持水平，缓慢将小球从 P 拉到 Q ， F 做的功为 $W = Fl\sin\theta$

【答案】AC

【解析】题图甲中，全过程 F 做的总功为 $W = 15 \times 6\text{J} - 3 \times (12 - 6)\text{J} = 72\text{J}$ ，故 A 正确；题图乙中若 F 大小不变，物块从 A 点运动到 C 点过程中力 F 做的功为 $W = F(OA - OC)$ ，故 B 错误；题图丙中，绳长为 R ，若空气阻力 f 大小不变，小球从 A 运动到 B 过程中空气阻力做的功为 $W = -f \times \frac{1}{4} \times 2\pi R = -\frac{1}{2}\pi Rf$ ，故 C 正确；题图丁中， F 始终保持水平，缓慢将小球从 P 拉到 Q ， F 为变力，根据动能定理得 $W - mgl(1 - \cos\theta) = 0$ ，解得 $W = mgl(1 - \cos\theta)$ ，故 D 错误。

迁移应用 2. [2024 · 江苏名校联考]如图所示，杂技演员从某高度水平抛出小球 A 的同时，从相同高度由静止释放相同的小球 B 。运动过程中空气阻力大小与速率成正比。下列判断正确的是（ ）



- A. B 球先落地
- B. A 球落地时的速率一定较大
- C. 两球落地时的速率可能相等
- D. 运动全过程中，合外力做功相等

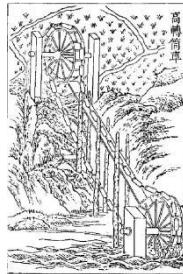
【答案】C

【解析】将 A 球的运动分解为水平方向和竖直方向两个分运动，两球竖直方向的初速度均为 0，则两球在竖直方向的受力情况一样，两球同时落地，A 错误； A 球在水平方向做减速运动，若落地时 A 球水平方向的速度刚好为 0，而两球在竖直方向的分速度相等，则两球落地时的速率相等，B 错误，C 正确；运动全过程中，两球重力做功相等，由于 A 球具有水平速度，所以同一时刻 A 球受到的空气阻力大于 B 球受到的空气阻力，且 A 球通过的路程大于 B 球通过的路程，则 A 球克服空气阻力做功大于 B 球克服空气阻力做功，所以合外力对两球做功不相等，D 错误。

考点二 功率的分析与计算

1. [2023 · 山东卷 · 4, 3 分]平均功率的计算《天工开物》中记载了古人借助水力使用高转筒车往稻田里引水的场景。引水过程简化如下：两个半径均为 R 的水轮，以角速度 ω 匀速转动。水筒在筒车上均匀排布，单位长度上有 n 个，与水轮间无相对滑动。每个水筒离开水面时装有质量为 m 的水，其中的 60% 被输

送到高出水面 H 处灌入稻田。当地的重力加速度为 g ，则筒车对灌入稻田的水做功的功率为（）

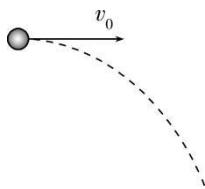


- A. $\frac{2nm\omega}{5}^2RH$
 B. $\frac{3nm\omega RH}{5}$
 C. $\frac{3nm\omega}{5}^2RH$
 D. $nm\omega RH$

【答案】B

【解析】 t 时间内，长度 $l = \omega Rt$ 的筒车上有质量为 M 的水被灌入稻田，则 $M = \frac{3}{5}nlm = \frac{3}{5}nm\omega Rt$ ，筒车对灌入稻田的水做功的功率为 $P = \frac{MgH}{t} = \frac{3nm\omega RH}{5}$ ，B 正确。

2. 瞬时功率的计算如图所示，一个质量为 m 的小球以初速度 v_0 水平抛出，当小球速度方向与水平方向夹角为 53° 时，重力的瞬时功率为（重力加速度为 g ， $\sin 53^\circ = 0.8$, $\cos 53^\circ = 0.6$ ）（）

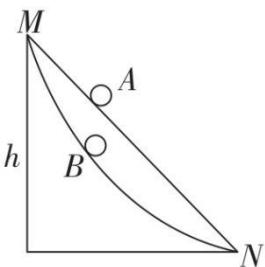


- A. mgv_0
 B. $\frac{3}{4}mgv_0$
 C. $\frac{4}{3}mgv_0$
 D. $\frac{5}{3}mgv_0$

【答案】C

【解析】设小球速度方向与水平方向夹角为 53° 时，小球的竖直分速度为 v_y ，根据题意有 $\tan 53^\circ = \frac{v_y}{v_0}$ ，重力的瞬时功率 $P = mgv_y$ ，联立可得 $P = \frac{4}{3}mgv_0$ ，C 正确。

3. 平均功率和瞬时功率的对比分析高度差一定的不同光滑曲线轨道中，小球滚下用时最短的曲线叫作最速曲线。在某科技馆的展厅里，摆有两个并排轨道，分别为直线轨道和最速曲线轨道，简化图如图所示，现让两个完全相同的小球 A 和 B 同时从 M 点由静止下滑，不计摩擦。关于小球从 M 点运动到轨道底端 N 的过程，下列说法正确的是（）



- A. A球重力做的功小于B球重力做的功
 B. A球重力的平均功率大于B球重力的平均功率
 C. 到达底端N时两小球的速率相同
 D. 到达底端N时两小球重力的瞬时功率相同

【答案】C

【解析】根据 $W_G = mgh$ 可知，A球重力做的功等于B球重力做的功，故A错误；根据 $\bar{P}_G = \frac{W_G}{t}$ ，因B球运动时间较短，可知A球重力的平均功率小于B球重力的平均功率，故B错误；根据 $mgh = \frac{1}{2}mv^2$ 可知，到达底端N时两小球的速率相同，故C正确；到达底端N时两小球重力的瞬时功率为 $P_G = mgv_y$ ，因到达N点时两小球速度的竖直分量不同，所以重力的瞬时功率不相同，故D错误。

核心提炼

1. 平均功率的计算方法

- (1) 利用 $\bar{P} = \frac{W}{t}$ 。
- (2) 利用 $\bar{P} = F \cdot \bar{v} \cos\alpha$ ，其中 \bar{v} 为物体运动的平均速度，F为恒力。

2. 瞬时功率的计算方法

- (1) 利用公式 $P = Fv \cos\alpha$ ，其中 v 为t时刻的瞬时速度。
- (2) 利用公式 $P = Fv_F$ ，其中 v_F 为物体的速度 v 在力F方向上的分速度。
- (3) 利用公式 $P = F_v v$ ，其中 F_v 为物体受到的外力F在速度 v 方向上的分力。

考点三 机车启动问题

1. 两种启动方式

项目	以恒定功率启动	以恒定加速度启动
$P - t$ 图像和 $v - t$ 图像		

OA 段	过程分析	$v \uparrow \Rightarrow F = \frac{P}{v} \downarrow \Rightarrow a = \frac{F - F_{\text{阻}}}{m} \downarrow$	$a = \frac{F - F_{\text{阻}}}{m}$ 不变 $\Rightarrow F$ 不变 $\Rightarrow P = Fv \uparrow$ 直到 $P = P_{\text{额}} = Fv_1$
	运动性质	加速度减小的加速运动	匀加速直线运动，维持时间 $t_1 = \frac{v_1}{a}$
AB 段	过程分析	$F = F_{\text{阻}} \Rightarrow a = 0 \Rightarrow v_m = \frac{P}{F_{\text{阻}}}$	$v \uparrow \Rightarrow F = \frac{P}{v} \downarrow \Rightarrow a = \frac{F - F_{\text{阻}}}{m} \downarrow$
	运动性质	以 v_m 做匀速直线运动	加速度减小的加速运动
BC 段		—	$F = F_{\text{阻}} \Rightarrow a = 0 \Rightarrow$ 以 $v_m = \frac{P}{F_{\text{阻}}}$ 做匀速直线运动

2.三个重要关系

- (1) 无论哪种启动过程，机车的最大速度都为 $v_m = \frac{P}{F_{\text{阻}}}$ 。
- (2) 机车以恒定加速度启动时，匀加速过程结束后功率最大，速度不是最大，即 $v = \frac{P}{F} < v_m = \frac{P}{F_{\text{阻}}}$ 。
- (3) 机车以恒定功率运行时，牵引力做的功 $W = Pt$ ，由动能定理得 $Pt - F_{\text{阻}}x = \Delta E_k$ ，此式经常用于求解机车以恒定功率启动过程的位移、速度或时间。

考向 1 以恒定功率启动

例 2 高铁已成为我国的“国家名片”，截至 2023 年末，全国高速铁路营业里程 4.5 万千米，位居世界第一。一列高铁列车的质量为 m ，额定功率为 P_0 ，列车以额定功率 P_0 在平直轨道上从静止开始运动，经时间 t 达到该功率下的最大速度，设高铁列车行驶过程所受到的阻力为 F_f ，且保持不变。则（）



- A. 列车在时间 t 内可能做匀加速直线运动
- B. 如果改为以恒定加速度启动，则列车达到最大速度经历的时间一定大于 t
- C. 列车达到的最大速度大小为 $\frac{F_f}{P_0}$

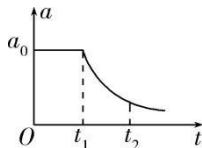
- D. 列车在时间 t 内牵引力做功为 $\frac{mP_0^2}{2F_f^2}$

【答案】B

【解析】列车以恒定功率 P_0 从静止开始运动，根据牛顿第二定律可得 $\frac{P_0}{v} - F_f = ma$ ，随着列车的速度 v 逐渐增大，列车的加速度 a 逐渐减小，所以列车做加速度减小的加速直线运动，直到达到最大速度 v_m ，故 A 错误；当牵引力等于阻力时，列车速度达到最大，则有 $P_0 = Fv_m = F_f v_m$ ，解得最大速度为 $v_m = \frac{P_0}{F_f}$ ，故 C 错误；如果列车改为以恒定加速度启动，则列车先做匀加速直线运动，根据功率 $P = Fv$ ，可知列车随着速度增大，功率增大，达到额定功率 P_0 后又开始做加速度减小的加速运动，直至达到最大速度，并且达到额定功率后的运动过程与以额定功率 P_0 启动的最后阶段运动情况完全相同，而开始时以恒定加速度启动的加速度比以额定功率 P_0 启动的加速度小，所以经历的时间较长，列车达到最大速度经历的时间一定大于 t ，故 B 正确；列车从开始到最大速度过程中，设运动的位移为 x ，根据动能定理得 $W_F - F_f x = \frac{1}{2}mv_m^2 - 0$ ，将 $v_m = \frac{P_0}{F_f}$ 代入解得 $W_F = \frac{mP_0^2}{2F_f^2} + F_f x$ ，故 D 错误。

考向 2 以恒定加速度启动

例 3 某起重机某次从 $t = 0$ 时刻由静止开始向上提升质量为 m 的物体，其 $a - t$ 图像如图所示， t_1 时达到额定功率， $t_1 \sim t_2$ 时间内起重机保持额定功率运动，重力加速度为 g ，不计其他阻力，下列说法正确的是（）



- A. $0 \sim t_1$ 时间内物体处于失重状态
- B. $t_1 \sim t_2$ 时间内物体做减速运动
- C. $0 \sim t_1$ 时间内重力对物体做功为 $-\frac{1}{2}m(a_0 t_1)^2$
- D. 起重机额定功率为 $(mg + ma_0)a_0 t_1$

【答案】D

【解析】 $0 \sim t_1$ 时间内物体向上做匀加速直线运动，因此物体处于超重状态，故 A 错误；由图像可知 $t_1 \sim t_2$ 时间内物体的加速度为正，做加速度减小的加速运

动，故 B 错误； t_1 时刻物体的位移 $x_1 = \frac{1}{2}a_0 t_1^2$ ，重力对物体做功 $W = -mgx_1 = -\frac{1}{2}mga_0 t_1^2$ ，故 C 错误；设 t_1 时刻物体所受到的牵引力为 F ，由牛顿第二定律有 $F - mg = ma_0$ ， t_1 时刻物体的速度 $v = a_0 t_1$ ，起重机的额定功率 $P = Fv = (mg + ma_0)a_0 t_1$ ，故 D 正确。

温馨提示 请完成《分层突破训练》课时作业 28

第 2 讲 动能和动能定理

课标要求

理解动能和动能定理；能用动能定理解释生产生活中的现象。

必备知识·强基固本

一、动能

1. 定义：物体由于 而具有的能。

【答案】运动

2. 公式： $E_k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 $\frac{1}{2}mv^2$

3. 单位： ， $1J = 1N \cdot m = 1kg \cdot m^2/s^2$ 。

【答案】焦耳

4. 标矢性：标量。

二、动能定理

1. 内容：力在一个过程中对物体做的功，等于物体在这个过程中动能的 。

【答案】变化

2. 表达式： $W = E_{k2} - E_{k1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 $\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$

3. 适用范围

(1) 动能定理既适用于直线运动，也适用于 运动。

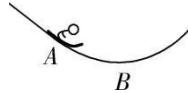
(2) 动能定理既适用于恒力做功，也适用于 做功。

(3) 力可以是各种性质的力，既可以同时作用，也可以分阶段作用。

【答案】曲线；变力

自主评价

1. 依据下面小情境，判断下列说法对错。滑雪运动深受人民群众喜爱。某滑雪运动员（可视为质点）由坡道进入竖直面内的曲线滑道AB，从滑道的A点滑行到最低点B的过程中，由于阻力的存在，运动员的速率不变。



- (1) 运动员由A点到B点速度方向在不断变化，所以动能也在不断变化。 ()
- (2) 运动员所受合力不为零，合力做的功也不为零。 ()
- (3) 摩擦力对运动员做负功。 ()
- (4) 重力和阻力的合力做的功为零。 ()
- (5) 运动员受到的合力恒定不变。 ()

【答案】 (1) \times

- (2) \times
- (3) \checkmark
- (4) \checkmark
- (5) \times

2. (沪科版必修第二册改编) 一质量为 m 的物体静止在粗糙的水平面上。当此物体受水平力 F 作用运动了距离 s 时，其动能为 E_{k1} ；而当此物体受水平力 $2F$ 作用运动了相同的距离时，其动能为 E_{k2} ，忽略空气阻力，则 ()

- A. $E_{k2} = E_{k1}$
- B. $E_{k2} = 2E_{k1}$
- C. $E_{k2} > 2E_{k1}$
- D. $E_{k1} < E_{k2} < 2E_{k1}$

【答案】 C

3. (人教版必修第二册改编) 运动员把质量为 500g 的足球踢出后，某人观察它在空中的飞行情况，估计上升的最大高度为 10m，在最高点的速度为 20m/s。忽略空气阻力，估算出运动员踢球时对足球做的功为(g 取 10m/s^2) ()

- A. 50J
- B. 100J
- C. 150J
- D. 无法确定

【答案】 C

关键能力·核心突破

考点一 动能、动能定理的理解

1. 动能的理解一质点做匀加速直线运动，在时间 t 内位移为 s ，动能变为原来的 9 倍。该质点的加速度为 ()

- A. $\frac{s}{t^2}$ B. $\frac{3s}{2t^2}$ C. $\frac{4s}{t^2}$ D. $\frac{8s}{t^2}$

【答案】A

【解析】由 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ 可知速度变为原来的3倍。设加速度为 a , 初速度为 v , 则末速度为 $3v$, 由质点做匀加速运动可得 $s = \frac{v+3v}{2} \cdot t = 2vt$, 即 $v = \frac{s}{2t}$, 所以 $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2v}{t} = \frac{2}{t} \cdot \frac{s}{2t} = \frac{s}{t^2}$, A 正确。

2. [2025·1月八省联考河南卷·8]动能的判断多选 2024年我国研制的“朱雀三号”可重复使用火箭垂直起降飞行试验取得圆满成功。假设火箭在发动机的作用下, 从空中某位置匀减速竖直下落, 到达地面时速度刚好为零。若在该过程中火箭质量视为不变, 则()

- A. 火箭的机械能不变 B. 火箭所受的合力不变
C. 火箭所受的重力做正功 D. 火箭的动能随时间均匀减小

【答案】BC

【解析】火箭匀减速竖直下落, 动能和重力势能均减小, 机械能减小, A 错误; 火箭的加速度不变, 所受合力不变, B 正确; 火箭下降过程中所受的重力做正功, C 正确; 火箭的速度随时间均匀减小, 火箭的动能 $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_0 - at)^2$, 故火箭的动能不随时间均匀减小, D 错误。

3. [2024·安徽卷·2, 4分]动能定理的应用 某同学参加户外拓展活动, 遵照安全规范, 坐在滑板上, 从高为 h 的粗糙斜坡顶端由静止下滑, 至底端时速度为 v 。已知人与滑板的总质量为 m , 可视为质点。重力加速度大小为 g , 不计空气阻力。则此过程中人与滑板克服摩擦力做的功为()

- A. mgh B. $\frac{1}{2}mv^2$
C. $mgh + \frac{1}{2}mv^2$ D. $mgh - \frac{1}{2}mv^2$

【答案】D

【解析】人与滑板在下滑的过程中, 由动能定理有 $mgh - W_f = \frac{1}{2}mv^2 - 0$, 可得此过程中人与滑板克服摩擦力做的功为 $W_f = mgh - \frac{1}{2}mv^2$, D 正确。

核心提炼

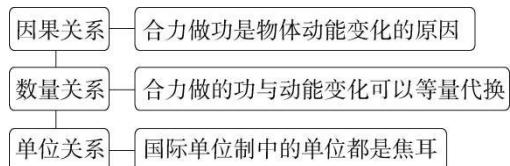
1. 动能与动能变化的区别

(1) 动能与动能变化是两个不同的概念, 动能是状态量, 动能变化是过程量。

(2) 动能没有负值，而动能变化有正负之分。 $\Delta E_k > 0$ ，表示物体的动能增加； $\Delta E_k < 0$ ，表示物体的动能减少。

2. 对动能定理的理解

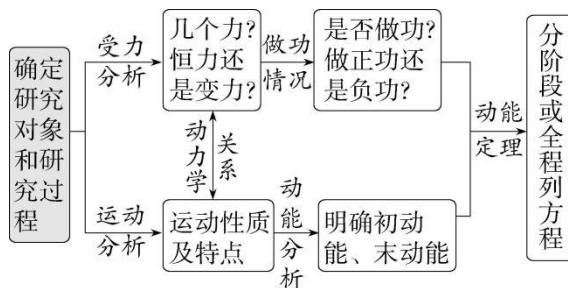
(1) 做功的过程就是能量转化的过程，动能定理表达式中“=”是一种表示因果关系在数值上相等的符号。



(2) 动能定理中的“力”指物体受到的所有力，既包括重力、弹力、摩擦力，也包括电场力、磁场力或其他力，“功”则为合力所做的总功。

考点二 应用动能定理解决多过程问题

1. 应用动能定理的流程

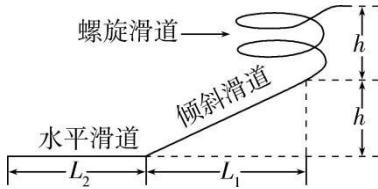


2. 应用动能定理解题应抓好“两状态，一过程” “两状态”即明确研究对象的始、末状态的速度或动能情况，“一过程”即明确研究过程，确定这一过程研究对象的受力情况和位置变化或位移信息。

3. 应用动能定理解题应注意的三个问题

- (1) 动能定理往往用于单个物体的运动过程，由于不涉及加速度及时间，比动力学研究方法要简捷；
- (2) 动能定理的表达式是一个标量式，不存在方向的选取问题，当然也就不存在分量的表达式；
- (3) 物体在某个运动过程中包含几个运动性质不同的小过程（如加速、减速的过程）时，可以分段考虑，也可以对全过程考虑，若能对整个过程利用动能定理列式，则可使问题简化。对于物体运动过程中有往复运动的情况，物体所受的滑动摩擦力、空气阻力等方向发生变化，但在每一段上这类力均做负功，若力的大小不变，则这类力所做的功等于力和路程的乘积，与位移无关。

例 1 [2021 · 辽宁卷 · 10, 6 分] 多选 冰滑梯是东北地区体验冰雪运动乐趣的设施之一。某冰滑梯的示意图如图所示，螺旋滑道的摩擦可忽略；倾斜滑道和水平滑道与同一滑板间的动摩擦因数 μ 相同，因滑板不同 μ 满足 $\mu_0 \leq \mu \leq 1.2\mu_0$ 。在设计滑梯时，要确保所有游客在倾斜滑道上均减速下滑，且滑行结束时停在水平滑道上，以下 L_1 、 L_2 的组合符合设计要求的是（ ）



A. $L_1 = \frac{h}{2\mu_0}$, $L_2 = \frac{3h}{2\mu_0}$

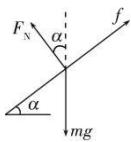
B. $L_1 = \frac{4h}{3\mu_0}$, $L_2 = \frac{h}{3\mu_0}$

C. $L_1 = \frac{4h}{3\mu_0}$, $L_2 = \frac{2h}{3\mu_0}$

D. $L_1 = \frac{3h}{2\mu_0}$, $L_2 = \frac{h}{\mu_0}$

【答案】CD

【解析】根据题意可知，若要符合设计要求，必须同时满足以下条件：



①所有游客在倾斜滑道上均减速下滑

设倾斜滑道倾角为 α ，对游客和滑板整体进行受力分析如图所示，则有

$$\mu mg \cos \alpha > m g \sin \alpha, \text{ 得 } \mu > \tan \alpha, \text{ 即 } \mu > \frac{h}{L_1}, \text{ 而不同滑板有 } \mu_0 \leq \mu \leq 1.2\mu_0,$$

$$\text{则有 } \frac{h}{L_1} < \mu_0, \text{ 故 } L_1 > \frac{h}{\mu_0}.$$

②滑行结束时停在水平滑道上

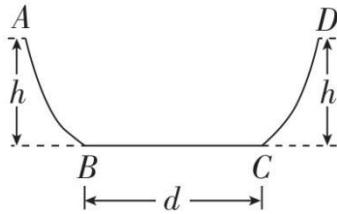
此条件可理解为动摩擦因数为 $1.2\mu_0$ 时不能停在倾斜滑道上，动摩擦因数为 μ_0 时不能冲出水平滑道，即速度为零时的最远位置在水平滑道的末端，则有

$$2mgh \leq \mu_0 mg \cos \alpha \cdot x_{\text{斜}} + \mu_0 mg L_2,$$

$$2mgh \geq 1.2\mu_0 mg \cos \alpha \cdot x_{\text{斜}}, \quad L_1 = x_{\text{斜}} \cos \alpha, \quad \text{联立可得 } \frac{h}{\mu_0} < L_1 \leq \frac{5h}{3\mu_0}, \quad L_1 + L_2 \geq \frac{2h}{\mu_0}, \quad \text{将选项数据代入可得，C、D 正确.}$$

迁移应用 1. 如图所示， $ABCD$ 是一个盆式容器，盆内侧壁与盆底 BC 的连接处都是一段与 BC 相切的圆弧， BC 是水平的，其距离 $d = 0.50\text{m}$ 。盆边缘的高度为 $h = 0.30\text{m}$ 。在 A 处放一个质量为 m 的小物块并让其从静止开始下滑。已知盆内

侧壁是光滑的，而盆底 BC 面与小物块间的动摩擦因数为 $\mu = 0.10$ 。小物块在盆内来回滑动，最后停下来，则停的地点到 B 的距离为（ ）

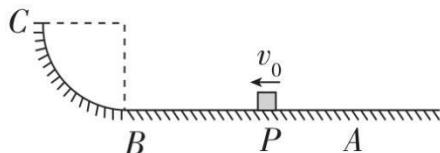


- A. 0.50m B. 0.25m C. 0.10m D. 0

【答案】D

【解析】设小物块在 BC 面通过的总路程为 s ，由于只有水平面 BC 和小物块间存在摩擦力，则小物块从 A 点开始运动到最终静止，摩擦力做功为 $-\mu mgs$ ，而重力做功与路径无关，由动能定理得 $mgh - \mu mgs = 0 - 0$ ，解得 $s = 3m$ 。由于 $d = 0.50m$ ，所以，小物块在 BC 段经过3次往复运动后，又回到 B 点，故选D。

迁移应用 2. 多选如图所示，在竖直平面内有一粗糙程度处处相同的轨道，由水平轨道 AB 和四分之一圆弧轨道 BC 两部分相切构成。一质量为 m_0 的物块从轨道 AB 上的 P 点以水平速度 v_0 向左运动，恰好到达 C 点，而后又刚好滑回到 P 点。若换成质量为 m 、材料相同的物块，仍从 P 点以水平速度 v_0 向左运动，物块均可视为质点，则（ ）

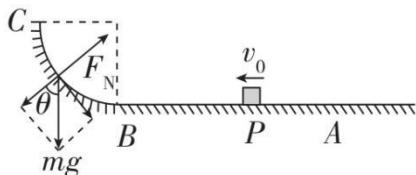


- A. 若 $m > m_0$ ，则物块也一定能到达 C 点
 B. 若 $m < m_0$ ，则物块能越过 C 点向上运动
 C. 无论 m 多大，物块均能滑回到 P 点
 D. 质量为 m_0 的物块沿轨道向左、向右滑行过程中因摩擦产生的热量相等

【答案】AC

【解析】物块在圆弧轨道上做圆周运动，如图所示，根据向心力公式有 $F_N - mg\cos\theta = m\frac{v^2}{R}$ ，此时的摩擦力大小 $f = \mu F_N = \mu(mg\cos\theta + m\frac{v^2}{R})$ ，在水平轨道上摩擦力大小 $f' = \mu F'_N = \mu mg$ ，对全过程根据动能定理列方程式，两边质量可以消去，因此无论质量大小，均能到达 C 点再返回 P 点；在圆弧轨道上，经同一

位置时，向左运动的速度大，对轨道的压力大，摩擦力大，因此向左运动时产生的热量多。故选 A、C。

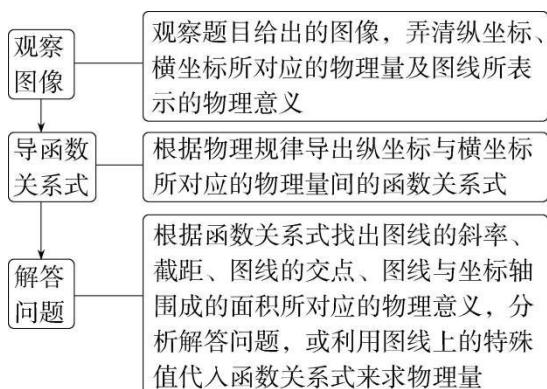


考点三 动能定理与图像的综合问题

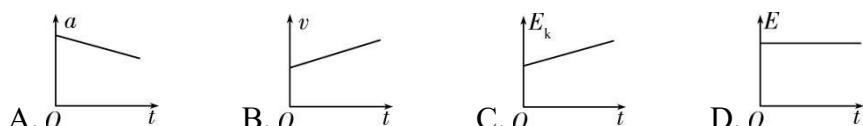
1. 常与动能定理结合的五类图像



2. 解决物理图像问题的基本步骤



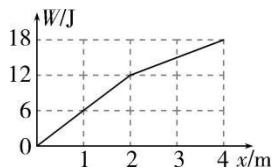
例 2 [2023 · 浙江 6 月选考卷 · 3, 3 分] 铅球被水平推出后的运动过程中，不计空气阻力，下列关于铅球在空中运动时的加速度大小 a 、速度大小 v 、动能 E_k 和机械能 E 随运动时间 t 的变化关系中，正确的是（ ）



【答案】D

【解析】铅球被水平推出，不计空气阻力，则其做平抛运动，仅受重力，即加速度为重力加速度，且保持不变，则铅球的机械能保持不变，A 错误，D 正确。设初速度为 v_0 ，则运动时间 t 后，铅球的速度 $v = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}$ ，B 错误。铅球的动能 $E_k = \frac{1}{2}m[v_0^2 + (gt)^2]$ ，C 错误。

迁移应用 3. [2023 · 新课标卷 · 20, 6 分] 多选 一质量为 1kg 的物体在水平拉力的作用下，由静止开始在水平地面上沿 x 轴运动，出发点为 x 轴零点，拉力做的功 W 与物体坐标 x 的关系如图所示。物体与水平地面间的动摩擦因数为 0.4，重力加速度大小取 10m/s^2 。下列说法正确的是（）



- A. 在 $x = 1\text{m}$ 时，拉力的功率为 6W
- B. 在 $x = 4\text{m}$ 时，物体的动能为 2J
- C. 从 $x = 0$ 运动到 $x = 2\text{m}$ ，物体克服摩擦力做的功为 8J
- D. 从 $x = 0$ 运动到 $x = 4\text{m}$ 的过程中，物体的动量最大为 $2\text{kg} \cdot \text{m/s}$

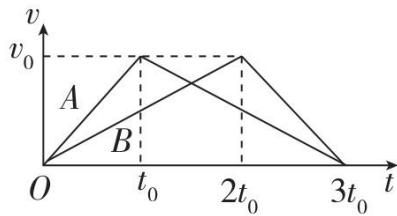
【答案】BC

【解析】由 $W - x$ 图可知， $0 \sim 2\text{m}$ ，拉力为 $F_1 = k_1 = 6\text{N}$ ， $2 \sim 4\text{m}$ ，拉力为 $F_2 = k_2 = 3\text{N}$ 。 $f = \mu mg = 4\text{N}$ ，当 $x = 1\text{m}$ 时，由动能定理知

$W_1 - fx_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$ ，得 $v_1 = 2\text{m/s}$ ，拉力的功率 $P_1 = F_1v_1 = 12\text{W}$ ，故 A 错误。

当 $x = 4\text{m}$ 时，由动能定理知 $W_4 - fx_4 = E_k$ ，得 $E_k = 2\text{J}$ ，故 B 正确。 $0 \sim 2\text{m}$ ， $W_f = fx_2 = 8\text{J}$ ，故 C 正确。因 $F_1 > f$ 、 $F_2 < f$ ，故 $x = 2\text{m}$ 时 v 最大，动量最大， $0 \sim 2\text{m}$ ，由动能定理知 $W_2 - fx_2 = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$ ，得 $v_{\max} = 2\sqrt{2}\text{m/s}$ ， $p_{\max} = mv_{\max} = 2\sqrt{2}\text{kg} \cdot \text{m/s}$ ，故 D 错误。

迁移应用 4. A 、 B 两物体分别在水平恒力 F_1 和 F_2 的作用下沿水平面运动，先后撤去 F_1 、 F_2 后，两物体最终停下，它们的 $v - t$ 图像如图所示。已知两物体与水平面间的滑动摩擦力大小相等。则下列说法正确的是（）



- A. F_1 、 F_2 大小之比为 1:2
 B. F_1 、 F_2 对A、B做功之比为 1:2
 C. A、B质量之比为 2:1
 D. 全过程中A、B克服摩擦力做功之比为 2:1

【答案】C

【解析】由 $v - t$ 图像可知，两物体匀减速运动的加速度之比为 1:2， A 、 B 受摩擦力大小相等，由牛顿第二定律可知， A 、 B 的质量之比是 2:1，故 C 正确；由 $v - t$ 图像可知， A 、 B 两物体的运动位移相等，且匀加速运动位移之比为 1:2，匀减速运动的位移之比为 2:1，由动能定理可得， $F_1 \cdot x - f_1 \cdot 3x = 0 - 0$ ， $F_2 \cdot 2x - f_2 \cdot 3x = 0 - 0$ ，解得 $F_1 = 3f_1$ ， $F_2 = \frac{3}{2}f_2$ ，又 $f_1 = f_2$ ，所以 $F_1 = 2F_2$ ，全过程中摩擦力对 A 、 B 做功相等， F_1 、 F_2 对 A 、 B 做功大小相等，故 A、B、D 错误。

温馨提示 请完成《分层突破训练》课时作业 29

第 3 讲 机械能守恒定律

课标要求

理解重力势能，知道重力势能的变化与重力做功的关系；定性了解弹性势能；理解机械能守恒定律，体会守恒观念对认识物理规律的重要性；能用机械能守恒定律分析生产生活中的有关问题。

必备知识·强基固本

一、机械能

1. 重力做功与重力势能

(1) 重力做功的特点：重力做功与路径无关，只与初、末位置的_____有关。

(2) 重力势能： $E_p = \underline{\hspace{2cm}}$ ，重力势能是物体和____所共有的，重力势能的大小与参考平面的选取____，重力势能是____，但有正、负，其意义是表示物体的重力势能比它在参考平面上大还是小。

(3) 重力做功与重力势能变化的关系

a. 定性关系：重力对物体做正功，重力势能就____；重力对物体做负功，重力势能就____。

b. 定量关系：物体从位置A到位置B时，重力对物体做的功等于物体重力势能的减少量，即 $W_G = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

c. 重力势能的变化量是绝对的，与零势能面的选取____关。

【答案】高度差； mgh ；地球；有关；标量；减少；增加； $-\Delta E_p$ ；无

2. 弹力做功与弹性势能

(1) 弹力做功与弹性势能变化的关系类似于重力做功与重力势能变化的关系。

(2) 对于弹性势能，一般物体的弹性形变量越大，弹性势能越____。

【答案】大

二、机械能守恒定律

1. 内容 在只有重力或弹力做功的物体系统内，动能与势能可以互相转化，而总的机械能_____。

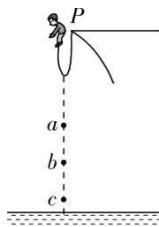
【答案】保持不变

2. 表达式： $mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 $mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$

教材挖掘. (教科版必修第二册第四章“本章复习题”)

观察图示情境，思考以下问题：



(1) 蹦极运动员在下落的过程中如果可以忽略空气阻力，那么在下落的过程中都有哪些能量参与相互转化？

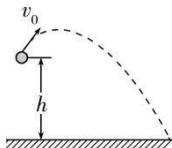
(2) 下落过程运动员和弹性绳组成的系统机械能是否守恒？这些能量都分别发生了怎样的变化？

【答案】(1) 提示：重力势能、动能、弹性势能。

(2) 系统只有重力和系统内的弹力做功，机械能守恒。重力势能减少，弹性势能先不变后增加，动能先增加后减少。

自主评价

1. 依据下面小情境，判断下列说法对错。在2024年巴黎奥运会女子铅球决赛中，中国某运动员以19米32的成绩夺得铜牌。如图所示为运动员斜向上抛出铅球的简化图，设铅球质量为 m ，抛出初速度为 v_0 ，铅球抛出点离地面的高度为 h ，以地面为零势能面，空气阻力不计，重力加速度为 g 。



- (1) 铅球在空中运动过程中动能越来越大。 ()
- (2) 铅球在空中运动过程中重力势能越来越大。 ()
- (3) 铅球在地面上的重力势能为 mgh 。 ()
- (4) 在空中运动过程中，铅球的机械能守恒。 ()
- (5) 铅球在轨迹最高处的机械能为 $\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh$ 。 ()

【答案】 (1) ×

(2) ×

(3) ×

(4) √

(5) √

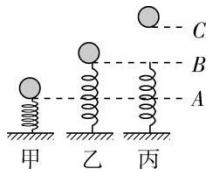
2. (人教版必修第二册改编) 下列对各图的说法正确的是 ()



- A. 图甲中汽车匀速下坡的过程中机械能守恒
B. 图乙中卫星绕地球做匀速圆周运动时所受合力为零，动能不变
C. 图丙中弓被拉开过程中弹性势能减少
D. 图丁中撑竿跳高运动员在上升过程中机械能增大

【答案】 D

3. (人教版必修第二册改编) 把小球放在竖立的弹簧上，并把球往下按至A位置，如图甲所示。迅速松手后，球升高至最高位置C（图丙），途中经过位置B时弹簧正好处于原长（图乙）。忽略弹簧的质量和空气阻力。则小球从A位置运动到C位置的过程中，下列说法正确的是 ()



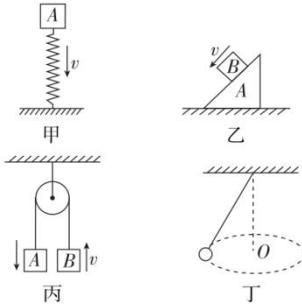
- A. 经过位置B时小球的加速度为0
- B. 经过位置B时小球的速度最大
- C. 小球、地球、弹簧所组成系统的机械能守恒
- D. 小球、地球、弹簧所组成系统的机械能先增大后减小

【答案】C

关键能力·核心突破

考点一 机械能守恒的理解与判断

1. 机械能守恒的判断多选 如图所示，下列关于机械能是否守恒的判断正确的是（）

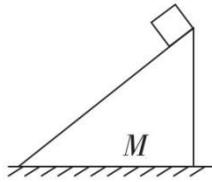


- A. 甲图中，物体A将弹簧压缩的过程中，物体A机械能守恒
- B. 乙图中，物体A固定，物体B沿斜面匀速下滑，物体B的机械能守恒
- C. 丙图中，不计任何阻力和定滑轮质量时，A加速下落，B加速上升过程中，A、B组成的系统机械能守恒
- D. 丁图中，小球沿水平面做匀速圆周运动时，小球的机械能守恒

【答案】CD

【解析】甲图中重力和弹力做功，物体A和弹簧组成的系统机械能守恒，但物体A机械能不守恒，A错误；乙图中物体B除受重力外，还受到弹力和摩擦力作用，弹力不做功，但摩擦力做负功，物体B的机械能不守恒，B错误；丙图中绳子张力对A做负功，对B做正功，二者代数和为零，所以A、B组成的系统机械能守恒，C正确；丁图中小球的动能不变，势能不变，机械能守恒，D正确。

2. 系统机械能守恒多选 如图所示，斜面体置于光滑水平地面上，其光滑斜面上有一物体由静止沿斜面下滑，在物体下滑过程中，下列说法正确的是（）



- A. 物体的重力势能减少，动能增加，机械能减少
- B. 斜面体的机械能不变
- C. 斜面体对物体的作用力垂直于接触面，不对物体做功
- D. 物体和斜面体组成的系统机械能守恒

【答案】AD

【解析】物体由静止开始下滑的过程其重力势能减少，动能增加；物体在下滑过程中，斜面体做加速运动，其机械能增加；物体沿斜面下滑时，既沿斜面向下运动，又随斜面向右运动，其速度方向与所受弹力方向不垂直，弹力方向垂直于接触面，但与速度方向之间的夹角大于 90° ，所以斜面体对物体的作用力对物体做负功，物体的机械能减少，故A正确，B、C错误。对物体与斜面体组成的系统，只有物体的重力和物体与斜面体间的弹力做功，机械能守恒，D正确。

3. 单个物体机械能守恒的判断如图所示，撑竿跳高运动的过程大概可以分为助跑、起跳、下落三个阶段。已知运动员和撑竿总质量为 m ，某次比赛中，助跑结束时恰好达到最大速度 v ，起跳后重心上升高度 h 后成功越过横杆，落在缓冲海绵垫上，撑竿脱离运动员之后会出现弹跳现象，重力加速度为 g ，不计空气阻力，取地面为零势能面，则下列说法正确的是（ ）



- A. 助跑过程中，运动员所处高度不变，运动员和撑竿整体机械能守恒
- B. 从运动员离开地面到手脱离撑竿的过程中，撑竿的弹性势能不断增大
- C. 运动员在最高点的重力势能 $E_p = mgh$
- D. 越过横杆后，落到海绵垫上之前，运动员机械能守恒

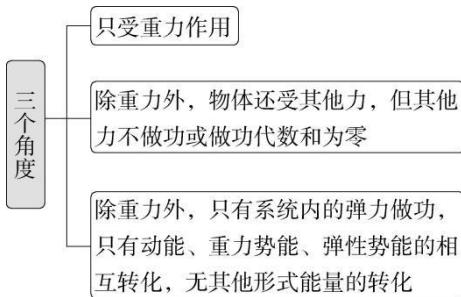
【答案】D

【解析】助跑加速时，运动员和撑竿的重力势能不变，但运动员和撑竿的总动能增大，所以整体的机械能增加，故A错误；从运动员离开地面到手脱离撑竿

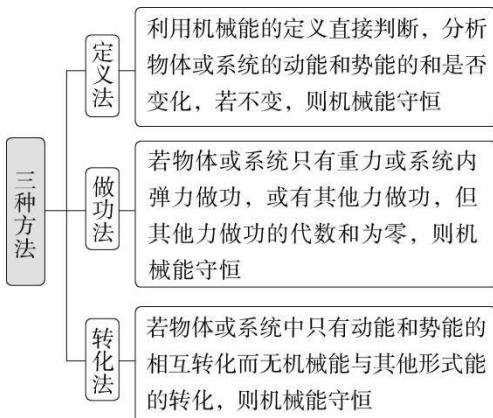
的过程中，撑竿的形变量先增大再减小，则撑竿的弹性势能先增大再减小，故 B 错误； h 为运动员的重心上升的高度，不是运动员的重心距离地面的高度， m 也不是运动员的质量，故 C 错误；运动员越过横杆后在空中下落过程中，只有重力做功，其机械能守恒，故 D 正确。

核心提炼

1. 对机械能守恒条件理解的三个角度



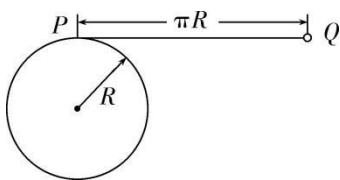
2. 判断机械能守恒的三种方法



3. 对于绳子突然绷紧、物体间碰撞等情况，除非题目特别说明，否则机械能必定不守恒。

考点二 单物体机械能守恒问题

1. [2021 · 河北卷 · 6, 4 分] 机械能守恒定律的应用一半径为 R 的圆柱体水平固定，横截面如图所示。长度为 πR 、不可伸长的轻细绳，一端固定在圆柱体最高点 P 处，另一端系一个小球。小球位于 P 点右侧同一水平高度的 Q 点时，绳刚好拉直。将小球从 Q 点由静止释放，当与圆柱体未接触部分的细绳竖直时，小球的速度大小为（重力加速度为 g ，不计空气阻力）（ ）

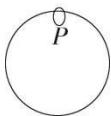


- A. $\sqrt{(2 + \pi)gR}$
 B. $\sqrt{2\pi gR}$
 C. $\sqrt{2(1 + \pi)gR}$
 D. $2\sqrt{gR}$

【答案】A

【解析】小球下落的高度为 $h = \pi R - \frac{\pi}{2}R + R = \frac{\pi+2}{2}R$ ，小球下落过程中，根据机械能守恒定律有 $mgh = \frac{1}{2}mv^2$ ，综上有 $v = \sqrt{(\pi + 2)gR}$ ，故选 A。

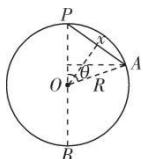
2. [2022 · 全国乙卷 · 16, 6 分] 圆周运动中的机械能守恒固定于竖直平面内的光滑大圆环上套有一个小环。小环从大圆环顶端 P 点由静止开始自由下滑，在下滑过程中，小环的速率正比于（）



- A. 它滑过的弧长
 B. 它下降的高度
 C. 它到 P 点的距离
 D. 它与 P 点的连线扫过的面积

【答案】C

【解析】如图所示，

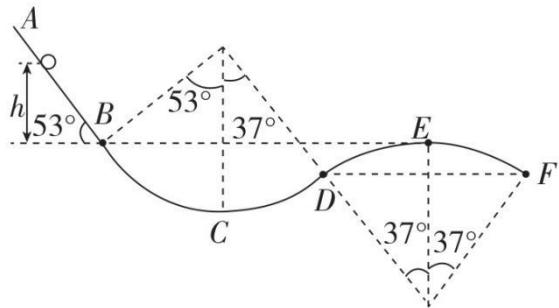


x 为 P 、 A 间的距离，其所对的圆心角为 θ ，小环由 P 点运动到 A 点，由动能定理得 $mgh = \frac{1}{2}mv^2$ ，由几何关系得下降的高度 $h = R - R\cos\theta$ ，所以 $v = \sqrt{2gR(1 - \cos\theta)}$ 。由于 $1 - \cos\theta = 2\sin^2 \frac{\theta}{2}$ ， $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{x}{2R}$ ，所以 $v = \sqrt{2gR(1 - \cos\theta)} = \sqrt{2gR \times 2 \times \frac{x^2}{4R^2}} = x\sqrt{\frac{g}{R}}$ ，故 v 正比于小环到 P 点的距离，C 正确。

3. 机械能守恒中的临界问题为激发学生参与体育活动的兴趣，某学校计划修建用于滑板训练的场地。老师和同学们围绕物体在起伏地面上的运动问题，讨论并设计了如图所示的路面，其中 AB 是倾角为 53° 的斜面，凹圆弧 BCD 和凸圆弧 DEF 的半径均为 R ，且 D 、 F 两点处于同一高度， B 、 E 两点处于另一高度，整个路面无摩擦且各段之间平滑连接。在斜面 AB 上距离水平面 BE 高度为 h （未知

量)的地方放置一个质量为 m 的小球(可视为质点),让它由静止开始运动。

已知重力加速度为 g ,取 $\sin 37^\circ = 0.6$, $\cos 37^\circ = 0.8$ 。



(1) 当 $h = 0.6R$ 时,求小球经过最低点C时,路面受到的压力;

(2) 若小球一定能沿路面运动到F点,求 h 的取值范围。

【答案】见解析

【解析】 (1) 由静止开始运动到C点过程中,根据机械能守恒有

$$mgh + mg(R - R\sin 37^\circ) = \frac{1}{2}mv_C^2$$

在C点由牛顿第二定律有

$$F_N - mg = m \frac{v_C^2}{R}$$

联立解得 $F_N = 3mg$

由牛顿第三定律得路面受到的压力为

$$F'_N = F_N = 3mg$$

方向竖直向下

(2) 分析可知小球能沿路面到达F点则一定可通过E点,所以 $h > 0$

$$\text{刚好能沿路面到达F点而不脱离路面时有 } mg\cos 37^\circ = m \frac{v_F^2}{R}$$

根据机械能守恒有

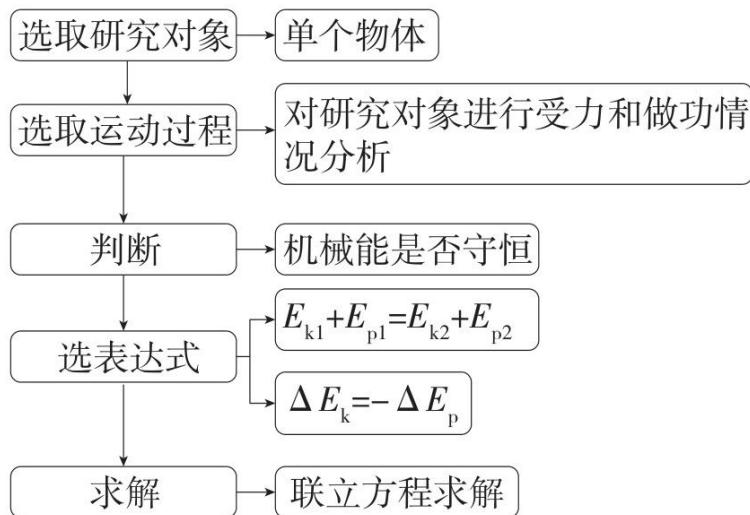
$$mgh + mg(R - R\cos 37^\circ) = \frac{1}{2}mv_F^2$$

联立解得 $h = 0.2R$

故可知 h 的取值范围为 $0 < h \leq 0.2R$

核心提炼

求解单个物体机械能守恒问题的基本思路



考点三 系统的机械能守恒问题

考教衔接

1.系统机械能守恒问题的分析方法

- (1) 正确选取研究对象，合理选取物理过程。
- (2) 对多个物体组成的系统，要注意判断物体运动过程中，系统的机械能是否守恒。
- (3) 注意寻找用轻绳、轻杆或轻弹簧相连接的物体间的速度关系和位移关系。
- (4) 列机械能守恒方程时，从三种表达式中选取方便求解问题的形式。

2.三种守恒表达式的比较

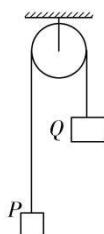
表达式	观点	意义	注意事项
$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}$	守恒观点	系统的初状态机械能与末状态机械能相等	初、末状态必须用同一零势能面计算势能
$ΔE_k = -ΔE_p$	转化观点	系统减少（或增加）的势能等于系统增加（或减少）的动能	分清势能的增加量或减少量，可不选零势能面而直接计算初、末状态的势能差
$ΔE_{A增} = ΔE_{B减}$	转移观点	若系统由A、B两物体组成，则A物体机械能的增加量与B物体组成的系统的机械	常用于解决两个或多个物体组成的系统的机械

观 点	物体机械能的减少量相等	能守恒问题
--------	-------------	-------

考向 1 轻绳连接的连接体系统

常见 图例	
解题	(1) 明确是两物体的速度大小相等，还是沿绳方向的分速度大小相等。
关键	(2) 用好两物体的位移大小关系或竖直方向的高度变化的关系。 (3) 对于单个物体，一般绳上的力会做功，机械能不守恒；但对于绳连接的系统，机械能则可能守恒

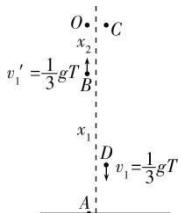
例 1 [2022 · 河北卷 · 9, 6 分] 多选 如图，轻质定滑轮固定在天花板上，物体P和Q用不可伸长的轻绳相连，悬挂在定滑轮上，质量 $m_Q > m_P$ ， $t = 0$ 时刻将两物体由静止释放，物体Q的加速度大小为 $\frac{g}{3}$ 。 T 时刻轻绳突然断开，物体P能够达到的最高点恰与物体Q释放位置处于同一高度，取 $t = 0$ 时刻物体P所在水平面为零势能面，此时物体Q的机械能为 E 。重力加速度大小为 g ，不计摩擦和空气阻力，两物体均可视为质点。下列说法正确的是（ ）



- A. 物体P和Q的质量之比为 1:3
- B. $2T$ 时刻物体Q的机械能为 $\frac{E}{2}$
- C. $2T$ 时刻物体P重力的功率为 $\frac{3E}{2T}$
- D. $2T$ 时刻物体P的速度大小为 $\frac{2gT}{3}$

【答案】BCD

【解析】将两物体由静止释放后，利用整体法结合牛顿第二定律可知， $(m_Q - m_P)g = (m_Q + m_P)a$ ，由于 $a = \frac{g}{3}$ ，则 $\frac{m_P}{m_Q} = \frac{1}{2}$ ，A 错误；设物体P质量为 m ，则物体Q质量为 $2m$ ，如图所示， $t = 0$ 时刻两物体P、Q分别在A、C两点，T时刻轻绳断开时，P、Q两物体在图中B、D两处，对应速度大小 $v'_1 = v_1 = \frac{g}{3}T$ ，轻绳断开之后，P做竖直上抛运动，设再经 t_0 到达与Q释放位置（C点）等高处，根据匀变速直线运动公式有 $0 = v'_1 - gt_0$ ，得 $t_0 = \frac{T}{3}$ ，则P、Q由静止释放时的高度差 $h = x_1 + x_2 = \frac{0+v'_1}{2}T + \frac{0+v'_1}{2} \cdot \frac{T}{3} = \frac{2}{9}gT^2$ ，由题意知A点所在的水平面为零势能面，所以 $t = 0$ 时刻，Q的机械能 $E = 2mgh = \frac{4}{9}mg^2T^2$ ， $2T$ 时刻Q运动的速度为 $v_2 = v_1 + gT = \frac{4}{3}gT$ ，在 $0 \sim 2T$ 时间内，Q下落的距离 $H = \frac{0+v_1}{2}T + \frac{v_1+v_2}{2}T = gT^2$ ，所以在 $2T$ 时刻Q在零势能面下方，此时Q的机械能为 $E' = -2mg(H - h) + \frac{1}{2} \cdot 2mv_2^2 = \frac{2}{9}mg^2T^2 = \frac{E}{2}$ ，B 正确；P到达最高点之后，再经过 $t' = \frac{2}{3}T$ 到达 $2T$ 时刻，此时P的速度大小为 $v'_2 = gt' = \frac{2}{3}gT$ ，D 正确；在 $2T$ 时刻，物体P重力的功率 $P = mgv'_2 = \frac{2}{3}mg^2T$ ，结合上述分析，得 $P = \frac{3E}{2T}$ ，C 正确。



溯源教材

（人教版必修第二册第八章第4节“练习与应用”）

4. 一条轻绳跨过定滑轮，绳的两端各系一个小球A和B，B球的质量是A球的3倍。用手托住B球，当轻绳刚好被拉紧时，B球离地面的高度是 h ，A球静止于地面，如图8.4-8所示。释放B球，当B球刚落地时，求A球的速度大小。定滑轮的质量及轮与轴间的摩擦均不计，重力加速度为 g 。

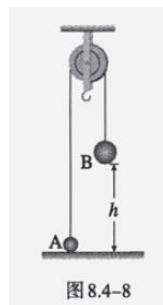


图8.4-8

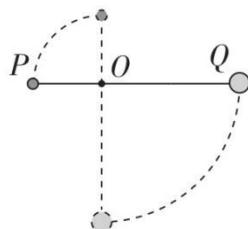
溯源分析

相同点	情境相同，均用轻绳连接的连接体系统考查机械能守恒定律
不同点	教材题较基础，考查机械能守恒定律的表达式，高考题在教材原型题目的基础上进行了创新，增加了绳断的情境，考查了学生理解并灵活运用机械能守恒定律的能力，同时多角度考查力与运动问题，考查了牛顿第二定律、功率等知识
复习启示	熟练掌握并能灵活运用教材，可以在课本常见情境的基础之上稍加创新

考向 2 轻杆连接的连接体系统

常见图例	
解题关键	<p>(1) 平动时两物体的速度相等，转动时两物体的角速度相等。</p> <p>(2) 杆对物体的作用力并不总是沿杆的方向，杆能对物体做功，单个物体机械能不守恒。</p> <p>(3) 对于杆和球组成的系统，忽略空气阻力和各种摩擦且没有其他力对系统做功，则系统的机械能守恒</p>

例 2 质量分别为 m 和 $2m$ 的两个小球 P 和 Q （均可视为质点），中间用轻质杆固定连接，杆长为 L ，在离 P 球 $\frac{L}{3}$ 处有一个光滑固定轴 O ，如图所示。重力加速度为 g ，现在把杆置于水平位置后自由释放，在 Q 球顺时针摆动到最低点位置时，求：



- (1) 小球 P 的速度大小；
- (2) 在此过程中小球 P 机械能的变化量。

【答案】(1) $\frac{\sqrt{2gL}}{3}$

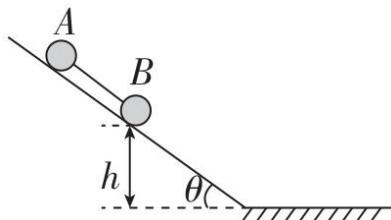
(2) 见解析

【解析】

(1) 两球和杆组成的系统机械能守恒，设小球Q摆到最低点位置时P球的速度大小为 v ，由于P、Q两球的角速度相等，Q球运动半径是P球运动半径的两倍，故Q球的速度大小为 $2v$ 。由机械能守恒定律得 $2mg \cdot \frac{2}{3}L - mg \cdot \frac{1}{3}L = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \cdot 2m \cdot (2v)^2$ ，解得 $v = \frac{\sqrt{2gL}}{3}$ 。

(2) 小球P机械能增加量为 $\Delta E = mg \cdot \frac{1}{3}L + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{4}{9}mgL$ 。

迁移应用 1. 如图所示，倾角为 θ 的光滑斜面上放有两个质量均为 m 的小球A和B，两球之间用一根长为 L 的轻杆相连，下面的小球B离斜面底端的高度为 h 。两球从静止开始下滑，不计球与地面碰撞时的机械能损失，且地面光滑，重力加速度为 g ，两球均可视为质点，求：



(1) 两球在光滑水平地面上运动时的速度大小；

(2) 整个运动过程中杆对A球所做的功。

【答案】(1) $\sqrt{2gh + gL\sin\theta}$

(2) $-\frac{1}{2}mgL\sin\theta$

【解析】

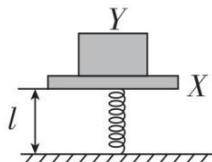
(1) 因为没有摩擦，且不计球与地面碰撞时的机械能损失，两球在光滑地面上运动时的速度大小相等，设为 v ，根据机械能守恒定律有 $2mg(h + \frac{L}{2}\sin\theta) = 2 \times \frac{1}{2}mv^2$ ，解得 $v = \sqrt{2gh + gL\sin\theta}$ 。

(2) 两球在光滑水平地面上运动时的速度 v 比B单独从离斜面底端的高度为 h 处自由滑下的速度 $\sqrt{2gh}$ 大，B机械能增加就是杆对B做正功的结果。B增加的机械能为 $\Delta E_B = \frac{1}{2}mv^2 - mgh = \frac{1}{2}mgL\sin\theta$ 。因系统的机械能守恒，所以杆对B球做正功，对A球做负功，且大小相等，所以杆对A球做的功 $W = -\frac{1}{2}mgL\sin\theta$ 。

考点3 轻弹簧连接的连接体系统

题型特点	轻弹簧连接的物体系统，一般既有重力做功又有弹簧弹力做功，这时系统内物体的动能、重力势能和弹簧的弹性势能相互转化，而总的机械能守恒
解题关键	<p>(1) 对同一弹簧，其弹性势能的大小由弹簧的形变量决定，无论弹簧伸长还是压缩。</p> <p>(2) 物体运动的位移与弹簧的形变量或形变量的变化量有关</p>

例3 [2025·1月八省联考四川卷·10]多选 如图，原长为 l_0 的轻弹簧竖直放置，一端固定于地面，另一端连接厚度不计、质量为 m_1 的水平木板X。将质量为 m_2 的物块Y放在X上，竖直下压Y，使X离地高度为 l ，此时弹簧的弹性势能为 E_p ，由静止释放，所有物体沿竖直方向运动。则（重力加速度为 g ，不计空气阻力）（ ）

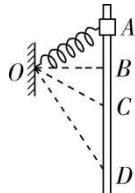


- A. 若X、Y恰能分离，则 $E_p = (m_1 + m_2)(l_0 - l)g$
- B. 若X、Y恰能分离，则 $E_p = (m_1 + m_2)gl$
- C. 若X、Y能分离，则Y的最大离地高度为 $\frac{E_p}{(m_1+m_2)g} + (l_0 - l)$
- D. 若X、Y能分离，则Y的最大离地高度为 $\frac{E_p}{(m_1+m_2)g} + l$

【答案】AD

【解析】若X、Y恰能分离，则分离瞬间二者速度都为0，加速度相同，设此时弹簧弹力为 $F_{\text{弹}}$ ，由牛顿第二定律知，对Y有， $m_2g = m_2a$ ，对X、Y整体有， $(m_1 + m_2)g + F_{\text{弹}} = (m_1 + m_2)a$ ，联立解得 $F_{\text{弹}} = 0$ ，故弹簧恢复原长时X、Y恰能分离，从开始运动到恰能分离，由机械能守恒定律可知， $E_p = (m_1 + m_2)(l_0 - l)g$ ，故A正确。若X、Y能分离，设分离瞬间二者速度都为 v ，由机械能守恒定律可知， $E_p = (m_1 + m_2)(l_0 - l)g + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2$ ，分离后Y做竖直上抛运动，则Y离地的最大高度 $h = l_0 + \frac{v^2}{2g}$ ，联立解得 $h = \frac{E_p}{(m_1+m_2)g} + l$ ，故D正确。

迁移应用 2. 如图所示，轻质弹簧一端固定在 O 处，另一端与质量为 m 的物块相连，物块套在光滑竖直固定杆上。开始时物块处于 A 处且弹簧处于原长。现将物块从 A 处由静止释放，物块经过 B 处时弹簧与杆垂直，经过 C 处时弹簧再次处于原长，到达 D 处时速度为零。已知 O 、 B 之间的距离为 L ， $\angle AOB = 30^\circ$ ， $\angle BOD = 60^\circ$ 。弹簧始终在弹性限度之内，重力加速度为 g 。在物块下滑的整个过程中，下列说法正确的是（）



- A. 物块在由 A 处下滑至 C 处的过程中机械能守恒
- B. 物块在 B 处的速度为 $\sqrt{\frac{2\sqrt{3}}{3}gL}$
- C. 物块在 B 处时弹簧的弹性势能最大
- D. 物块在 D 处时弹簧的弹性势能为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}mgL$

【答案】D

【解析】 物块在由 A 处下滑至 C 处的过程中，物块受到的弹簧的弹力做功，物块的机械能不守恒，但是物块和弹簧组成的系统机械能守恒，A 错误；物块由 A 处下滑至 B 处的过程中，若只是重力势能转化为动能，则 $mgL \tan 30^\circ = \frac{1}{2}mv^2$ ，可得物块在 B 处的速度为 $\sqrt{\frac{2\sqrt{3}}{3}gL}$ ，但实际上还有一部分重力势能转化为弹性势能，所以物块在 B 处的速度小于 $\sqrt{\frac{2\sqrt{3}}{3}gL}$ ，B 错误；物块由 B 处下滑至 D 处的过程中，物块和弹簧组成的系统机械能守恒，在 D 处时，动能最小、重力势能最小，则弹性势能最大，故 C 错误；物块由 A 处下滑至 D 处，物块的重力势能转化为弹簧的弹性势能，则 $mg(L \tan 30^\circ + L \tan 60^\circ) = E_{pD}$ ，可得 $E_{pD} = \frac{4\sqrt{3}}{3}mgL$ ，D 正确。

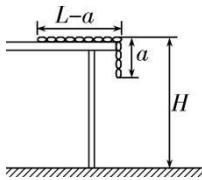
考点四 非质点系统的机械能守恒问题

1. 在应用机械能守恒定律处理实际问题时，经常遇到像“链条”“液柱”类的物体，其在运动过程中将发生形变，其重心位置相对物体也发生变化，因此这类物体不能再看成质点来处理。

2. 物体虽然不能看成质点来处理，但因只有重力做功，物体整体机械能守恒。

3. 一般情况下，可将物体分段处理，确定物体各部分的重心位置，根据初末状态物体重力势能的变化列式求解。若各部分都在运动，运动的速度大小相等，物体的动能才可表示为 $\frac{1}{2}mv^2$ 。

例 4 如图所示，总长为 L 、质量分布均匀的铁链放在高度为 H 的光滑桌面上，有长度为 a 的一段下垂， $H > L$ ，某时刻由静止释放，重力加速度为 g ，则铁链刚接触地面时速度为（）



- A. $\sqrt{g(2H - a)}$ B. $\sqrt{2g(H - a)}$
C. $\sqrt{g(2H - L - a)}$ D. $\sqrt{g(2H - \frac{a^2}{L} - L)}$

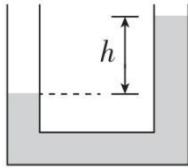
【答案】D

【解析】设铁链单位长度的质量为 m ，选地面为零势能面，由机械能守恒定律

可得 $(L - a)mgH + amg(H - \frac{a}{2}) = \frac{1}{2}Lmv^2 + Lmg \cdot \frac{L}{2}$ ，解得

$$v = \sqrt{g(2H - \frac{a^2}{L} - L)} \text{，故 A、B、C 错误，D 正确。}$$

迁移应用 3. 如图所示，粗细均匀、两端开口的 U 形管内装有同种液体，开始时两边液面高度差为 h ，管中液柱总长度为 $4h$ ，后来让液体自由流动，重力加速度为 g ，当两侧液面高度相等时，右侧液面下降的速度大小为（）



- A. $\sqrt{\frac{1}{8}gh}$ B. $\sqrt{\frac{1}{6}gh}$ C. $\sqrt{\frac{1}{4}gh}$ D. $\sqrt{\frac{1}{2}gh}$

【答案】A

【解析】当两侧液面高度相等时，减少的重力势能转化为动能，设液体质量为

m ，根据机械能守恒定律有 $\frac{1}{8}mg \times \frac{1}{2}h = \frac{1}{2}mv^2$ ，解得 $v = \sqrt{\frac{1}{8}gh}$ ，故选 A。

温馨提示 请完成《分层突破训练》课时作业 30

专题突破 8 功能关系、能量守恒定律

关键能力·核心突破
题型一 功能关系的理解和应用

1. 功能关系

- (1) 功是能量转化的量度，即做了多少功就有多少能量发生了转化。
- (2) 做功的过程一定伴随着能量的转化，而且能量的转化必须通过做功来实现。

2. 几种常见的功能关系

几种常见力做功		对应的能量变化	数量关系式
重力	正功	重力势能减少	$W_G = -\Delta E_p$
	负功	重力势能增加	
弹簧等的弹力	正功	弹性势能减少	$W_{\text{弹}} = -\Delta E_p$
	负功	弹性势能增加	
电场力	正功	电势能减少	$W_{\text{电}} = -\Delta E_p$
	负功	电势能增加	
合力	正功	动能增加	$W_{合} = \Delta E_k$
	负功	动能减少	
除重力和系统内弹力以外的其他力	正功	机械能增加	$W_{其} = \Delta E$
	负功	机械能减少	

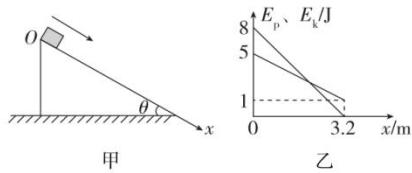
3. 两个特殊的功能关系

(1) 滑动摩擦力与两物体间相对滑行距离的乘积等于产生的内能，

即 $F_f x_{\text{相对}} = Q$ 。

(2) 电磁感应过程中克服安培力做的功等于产生的电能，即 $W_{\text{克安}} = E_{\text{电}}$ 。

例 1 [2024 · 陕西商洛模拟] 多选 如图甲所示，质量为 $m = 0.5\text{kg}$ 的滑块从固定斜面的顶端下滑到底端，若以顶点为坐标原点 O ，沿斜面向下为 x 轴正方向，得到滑块下滑过程中动能 E_k 、重力势能 E_p 随位移的变化关系如图乙所示，以地面为零势能面，重力加速度为 $g = 10\text{m/s}^2$ ，根据上述信息可知（）

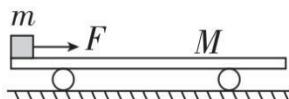


- A. 斜面的倾角 $\theta = 30^\circ$
- B. 滑块与斜面间因摩擦产生的热量为10J
- C. 滑块与斜面间的动摩擦因数为 $\sqrt{3}$
- D. 当滑块沿斜面下滑位移为2.4m时，动能和势能相等

【答案】AD

【解析】滑块下滑过程中，重力势能为 $E_p = E_{p0} - mgx\sin\theta$ ， $E_p - x$ 图像的斜率为 $k_1 = -mg\sin\theta = \frac{0-8}{3.2-0} = -2.5$ ，解得斜面的倾角 $\theta = 30^\circ$ ，故A正确；滑块下滑过程中，根据动能定理有 $mgx\sin\theta - \mu mgx\cos\theta = E_k - E_{k0}$ ，整理得 $E_k = mgx\sin\theta - \mu mgx\cos\theta + E_{k0}$ ， $E_k - x$ 图像的斜率为 $k_2 = mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta = \frac{1-5}{3.2-0} = -1.25$ ，解得滑块与斜面间的动摩擦因数为 $\mu = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，故C错误；滑块与斜面间因摩擦产生的热量为 $Q = W_f = \mu mgx\cos\theta = 12J$ ，故B错误；当滑块的动能和势能相等时，有 $E_{p0} - mgx_1\sin\theta = mgx_1\sin\theta - \mu mgx_1\cos\theta + E_{k0}$ ，其中 $E_{p0} = 8J$ ， $E_{k0} = 5J$ ，解得滑块沿斜面下滑位移为 $x_1 = 2.4m$ ，故D正确。

迁移应用 1. 多选如图所示，质量为 M 、长度为 L 的小车静止在光滑水平面上，质量为 m 的小物块（可视为质点）放在小车的最左端，现用一水平恒力 F 作用在小物块上，使小物块从静止开始做直线运动，当小物块滑到小车的最右端时，小车运动的距离为 x ，小物块和小车之间的滑动摩擦力为 f ，此过程中，下列结论正确的是（ ）

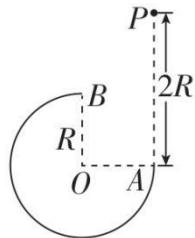


- A. 小物块到达小车最右端时，其动能为 $(F - f)(L + x)$
- B. 摩擦力对小物块所做的功为 fL
- C. 小物块到达小车最右端时，小车的动能为 fx
- D. 小物块和小车组成的系统机械能增加量为 $F(L + x)$

【答案】AC

【解析】小物块发生的位移为 $L+x$, 对于小物块根据动能定理有 $E_{km} = (F - f)(L + x)$, 故 A 正确; 小物块克服摩擦力做的功为 $W = f(L + x)$, 故 B 错误; 小物块到达小车最右端时, 小车运动的距离为 x , 对小车根据动能定理得 $E_{kM} = fx$, 故 C 正确; 小车和小物块增加的动能为 $E_k = E_{km} + E_{kM} = (F - f)(L + x) + fx = F(L + x) - fL$, 系统重力势能不变, 则小物块和小车组成的系统增加的机械能为 $F(L + x) - fL$, 故 D 错误。

迁移应用 2. 如图所示, 在竖直平面内有一半径为 R 的圆弧轨道, 半径 OA 水平、 OB 竖直, 一个质量为 m 的小球自 A 的正上方 P 点由静止开始自由下落, 小球沿轨道到达最高点 B 时对轨道的压力为 $\frac{mg}{2}$ 。已知 $AP = 2R$, 重力加速度为 g , 则小球从 P 点到 B 点的运动过程中 ()



- A. 重力做功为 $2mgR$
- B. 合力做功为 $\frac{3}{4}mgR$
- C. 克服摩擦力做功为 $\frac{1}{2}mgR$
- D. 机械能减少 $2mgR$

【答案】B

【解析】小球能通过 B 点, 在 B 点速度 v 满足 $mg + \frac{1}{2}mg = m\frac{v^2}{R}$, 解得 $v = \sqrt{\frac{3}{2}gR}$, 小球从 P 点到 B 点的运动过程中, 重力做的功等于重力势能的减少量, 为 mgR , 动能的增加量为 $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{4}mgR$, 合力做的功等于动能的增加量, 为 $\frac{3}{4}mgR$, 机械能的减少量为 $mgR - \frac{3}{4}mgR = \frac{1}{4}mgR$, 克服摩擦力做功等于机械能的减少量, 为 $\frac{1}{4}mgR$, 故选 B。

题型二 能量守恒定律的应用

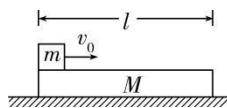
1. 对能量守恒定律的两点理解

- (1) 某种形式的能量减少, 一定存在其他形式的能量增加, 且减少量和增加量一定相等。
- (2) 某个物体的能量减少, 一定存在其他物体的能量增加, 且减少量和增加量一定相等。

2.能量转化问题的解题思路

- (1) 当涉及摩擦力做功, 机械能不守恒时, 一般应用能量守恒定律。
- (2) 解题时, 首先确定初、末状态, 然后分析状态变化过程中哪种形式的能量减少, 哪种形式的能量增加, 求出减少的能量总和 $\Delta E_{\text{减}}$ 与增加的能量总和 $\Delta E_{\text{增}}$, 最后由 $\Delta E_{\text{减}} = \Delta E_{\text{增}}$ 列式求解。

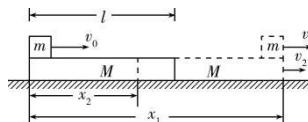
例 2 [2023 · 全国乙卷 · 21, 6 分] 多选 如图, 一质量为 M 、长为 l 的木板静止在光滑水平桌面上, 另一质量为 m 的小物块(可视为质点)从木板上的左端以速度 v_0 开始运动。已知物块与木板间的滑动摩擦力大小为 f , 当物块从木板右端离开时 ()



- A. 木板的动能一定等于 fl
- B. 木板的动能一定小于 fl
- C. 物块的动能一定大于 $\frac{1}{2}mv_0^2 - fl$
- D. 物块的动能一定小于 $\frac{1}{2}mv_0^2 - fl$

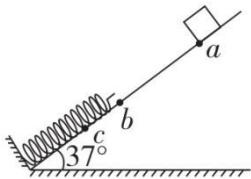
【答案】BD

【解析】运动过程如图所示, 设经过时间 t , 小物块的速度为 v_1 , 木板的速度为 v_2 , 小物块从木板右端离开, 可知 $v_1 > v_2$, 此过程中木板的位移 $x_2 = \frac{v_2}{2}t$, 小物块的位移 $x_1 = \frac{v_1+v_0}{2}t$, 由题知 $v_0 > v_1 > v_2$, 有 $\frac{v_0+v_1}{2} > v_2$, 则 $x_1 > 2x_2$, $x_1 - x_2 = l > x_2$; 摩擦力对木板做正功, 对木板由动能定理可知 $fx_2 = E_{kM}$, 则木板的动能 $E_{kM} = fx_2 < fl$, B 正确, A 错误。摩擦力对小物块做负功, 对小物块由动能定理可知 $-fx_1 = E_{km} - \frac{1}{2}mv_0^2$, 则小物块的动能 $E_{km} = \frac{1}{2}mv_0^2 - fx_1$, 又 $x_1 > l$, 所以 $E_{km} < \frac{1}{2}mv_0^2 - fl$, D 正确, C 错误。



迁移应用 3. 多选 如图所示, 轻弹簧放在倾角为 37° 的斜面体上, 轻弹簧的下端与斜面底端的挡板连接, 上端与斜面上 b 点对齐, 质量为 m 的物块在斜面上的 a 点由静止释放, 物块下滑后, 压缩弹簧至 c 点时速度刚好为零, 物块被反弹后

返回 b 点时速度刚好为零。已知 ab 长为 L , bc 长为 $\frac{L}{4}$, 重力加速度为 g , $\sin 37^\circ = 0.6$, $\cos 37^\circ = 0.8$ 。则 ()



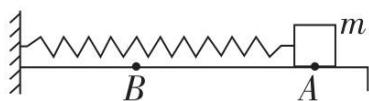
- A. 物块与斜面间的动摩擦因数为 0.5
- B. 物块接触弹簧后，速度先减小后增大
- C. 弹簧具有的最大弹性势能为 $0.5mgL$
- D. 物块在上述过程因摩擦产生的热量为 $0.6mgL$

【答案】AD

【解析】 物块在 a 点由静止释放，压缩弹簧至 c 点，被反弹后返回 b 点时速度刚好为零，对整个过程应用动能定理有 $mgL \sin \theta - \mu mg \cos \theta \cdot (L + \frac{L}{4} + \frac{L}{4}) = 0$ ，解得 $\mu = 0.5$ ，则整个过程因摩擦产生的热量

为 $Q = \mu mg \cos \theta \cdot (L + \frac{L}{4} + \frac{L}{4}) = 0.6mgL$ ，故 A、D 正确；物块向下运动刚接触弹簧时， $mgsin\theta > \mu mgcos\theta$ ，物块继续向下加速， $F_{\text{弹}}$ 变大，当 $mgsin\theta < \mu mgcos\theta + F_{\text{弹}}$ 时，物块向下减速，则物块向下运动时先加速后减速，向上运动时，由于在 c 点和 b 点的速度都为零，则物块先加速后减速，故 B 错误；设弹簧的最大弹性势能为 E_{pm} ，物块由 a 点到 c 点的过程中，根据能量守恒定律有 $mgsin\theta \cdot (L + \frac{L}{4}) = \mu mgcos\theta \cdot (L + \frac{L}{4}) + E_{\text{pm}}$ ，解得 $E_{\text{pm}} = 0.25mgL$ ，故 C 错误。

迁移应用 4. 多选 如图所示，水平桌面上的轻质弹簧一端固定，另一端与小物块相连，弹簧处于自然长度时物块位于 O 点（图中未标出）。物块的质量为 m , $AB = a$, 物块与桌面间的动摩擦因数为 μ ，现用水平向右的力将物块从 O 点拉至 A 点，拉力做的功为 W 。撤去拉力后物块由静止向左运动，经 O 点到达 B 点时速度为零，重力加速度为 g 。则上述过程中 ()



- A. 物块在 A 点时弹簧的弹性势能一定大于在 B 点时的弹性势能
- B. 物块在 O 点时动能最大

C. 物块在B点时，弹簧的弹性势能大于 $W - \frac{3}{2}\mu m g a$

D. 经O点时，物块的动能小于 $W - \mu m g a$

【答案】AD

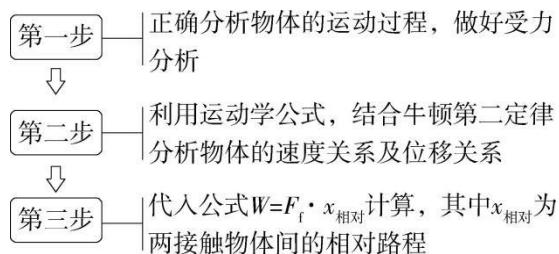
【解析】因物块由A点到B点的过程中有一部分弹性势能由于克服摩擦力做功而转化为内能，故A正确；当物块从A点向B点运动过程中加速度为零时速度最大，此时 $kx - \mu mg = 0$ ，弹簧仍处于伸长状态，故B错误；由动能定理可得 $W - \mu mg \cdot 2x_{OA} = E_{k0}$, $x_{OA} > \frac{a}{2}$, 可得物块在O点的动能小于 $W - \mu m g a$, 故D正确；由能量守恒定律可得，物块在B点时，弹簧的弹性势能 $E_{pB} = W - \mu mg \cdot x_{OA} - \mu m g a < W - \frac{3}{2}\mu m g a$, 故C错误。

题型三 摩擦力做功与能量转化的关系

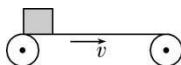
1. 摩擦力做功的特点

- (1) 摩擦力可对物体做正功、做负功或不做功。
- (2) 摩擦力做功与路径有关。
- (3) 一对静摩擦力做功的代数和为零。一对滑动摩擦力做功的代数和总小于零，其绝对值等于摩擦力与相对路程的乘积。
- (4) 静摩擦力做功只引起机械能在相互作用的物体间转移，不会引起机械能与其他形式能量的转化；滑动摩擦力做功，可同时引起机械能的转移及机械能与其他形式能量之间的转化。

2. 三步求解相对滑动物体的能量问题



例3 如图所示，质量为m的物体在水平传送带上由静止释放，传送带由电动机带动，始终保持以速度v匀速运动，物体与传送带间的动摩擦因数为μ，物体过一会儿能保持与传送带相对静止，对于物体从静止释放到与传送带相对静止这一过程，下列说法正确的是()



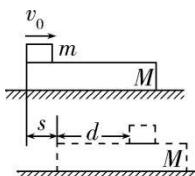
- A. 摩擦力对物体做的功为 mv^2

- B. 电动机多做的功为 $\frac{1}{2}mv^2$
- C. 系统产生的内能为 $\frac{1}{2}mv^2$
- D. 传送带克服摩擦力做的功为 $\frac{1}{2}mv^2$

【答案】C

【解析】根据动能定理有，摩擦力对物体做的功为 $W = \frac{1}{2}mv^2$ ，故 A 错误；电动机多做的功转化为物体的动能和系统的内能，所以电动机多做的功一定大于 $\frac{1}{2}mv^2$ ，故 B 错误；设共速时物体相对地面的位移为 x_1 ，传送带相对地面的位移为 x_2 ，则有 $x_1 = \frac{v}{2}t$ ， $x_2 = vt$ ，可知 $x_2 = 2x_1$ ，可知传送带克服摩擦力做的功为摩擦力对物体做的功的 2 倍，即 mv^2 ，则系统产生的内能 $E = mv^2 - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv^2$ ，故 C 正确，D 错误。

迁移应用 5. 多选 如图所示，一个长为 L 、质量为 M 的木板，静止在光滑水平面上，一个质量为 m 的物块（可视为质点），以水平初速度 v_0 从木板的左端滑向另一端。设物块与木板间的动摩擦因数为 μ ，当物块与木板相对静止时，物块仍在长木板上，物块相对木板的位移为 d ，木板相对地面的位移为 s ，重力加速度为 g 。则在此过程中（）



- A. 摩擦力对物块做功为 $-\mu mg(s + d)$
- B. 摩擦力对木板做功为 μmgs
- C. 木板动能的增量为 μmgd
- D. 由于摩擦而产生的热量为 μmgd

【答案】ABD

【解析】根据功的定义可知摩擦力对物块做功 $W_1 = -\mu mg(s + d)$ ，摩擦力对木板做功 $W_2 = \mu mgs$ ，A、B 正确；根据动能定理可知木板动能的增量 $\Delta E_k = W_2 = \mu mgs$ ，C 错误；由于摩擦而产生的热量 $Q = F_f \cdot \Delta x = \mu mgd$ ，D 正确。

温馨提示 请完成《分层突破训练》课时作业 31

专题突破 9 动力学和能量观点的综合应用

关键能力·核心突破

题型一 应用动力学和能量观点解决多过程问题规范审题、答题

1.分析思路

- (1) 受力与运动分析：根据物体的运动过程分析物体的受力情况，以及不同运动过程中力的变化情况。
- (2) 做功分析：根据各种力做功的不同特点，分析各种力在不同运动过程中的做功情况。
- (3) 功能关系分析：运用动能定理、机械能守恒定律或能量守恒定律进行分析，选择合适的规律求解。

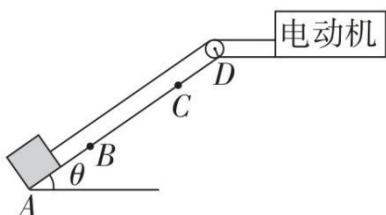
2.解题技巧

- (1) 拆：把整个过程拆分为多个子过程，变为熟悉的运动模型。
- (2) 找：在题目中找“恰好”“恰能”“最高”“至少”等关键字，找出对应的临界条件。
- (3) 用：选用合适的规律列方程。
- (4) 注意：注意分析“界点”的速度大小和方向，“界点”速度是上一过程的末速度，又是下一过程的初速度，在解题过程中有重要的作用。

3.对于涉及滑动摩擦力的过程，一定不能用机械能守恒定律来求解。

4.对于非匀变速直线运动过程，不能用运动学公式求解，但可用动能定理、能量守恒定律或功能关系求解。

例 1 [2024 · 江苏卷 · 15, 12 分] 如图所示，粗糙斜面的动摩擦因数为 μ ，倾角为 θ ，斜面长为 L 。一个质量为 m 的物块（可视为质点）在电动机作用下，从斜面底端 A 点由静止加速至 B 点时达到最大速度 v ，之后做匀速运动至 C 点，关闭电动机，物块从 C 点又恰好到达最高点 D 。重力加速度为 g ，不计电动机产生的电热。求：



- (1) CD 段长度 x ；
- (2) BC 段电动机的输出功率 P ；
- (3) 全过程物块增加的机械能 E_1 和电动机消耗的总电能 E_2 的比值。

【答案】

(1) 规范答题解：解法一：动力学观点

物块在CD段运动过程中，由牛顿第二定律得 $mgsin\theta + \mu mgcos\theta = ma$

由运动学公式有 $0 - v^2 = - 2ax$

$$\text{联立解得 } x = \frac{v^2}{2g(\sin\theta + \mu\cos\theta)}$$

解法二：能量观点

物块在CD段运动过程中，由动能定理有

$$-(mgsin\theta + \mu mgcos\theta)x = 0 - \frac{1}{2}mv^2$$

$$\text{解得 } x = \frac{v^2}{2g(\sin\theta + \mu\cos\theta)}$$

(2) 规范答题物块在BC段匀速运动，则电动机对物块的牵引力为 $F =$

$$mgsin\theta + \mu mgcos\theta$$

由 $P = Fv$ 得 $P = mgv(\sin\theta + \mu\cos\theta)$

(3) 规范答题全过程中物块初、末态的动能均为0，重力势能增加，则物块增加的机械能为 $E_1 = mgLsin\theta$

整个过程根据题意及能量守恒定律可知，电动机消耗的总电能转化为物块增加

的机械能和因摩擦产生的热量，可知 $E_2 = E_1 + \mu mgcos\theta \cdot L$ ，故可得 $\frac{E_1}{E_2} =$

$$\frac{mgLsin\theta}{mgLsin\theta + \mu mgLcos\theta} = \frac{\sin\theta}{\sin\theta + \mu\cos\theta}$$

【解析】

例 1 规范审题

关键信息		信息解读
题干	粗糙斜面的动摩擦因数为 μ	物块沿斜面向上运动时，要受到沿斜面向下的滑动摩擦力
	之后做匀速运动至C点	物块从B到C过程中受力平衡，电动机的牵引力 $F = mgsin\theta + \mu mgcos\theta$
	关闭电动机，物块从C点	物块从C到D，在滑动摩擦力和重力下滑分力的

	又恰好到达最高点D	作用下做匀减速运动，到D点时速度减为0
问题	可分成哪几个过程分析	过程 1：物块从A点由静止加速至B点；过程 2：物块从B点匀速运动至C点；过程 3：物块从C点匀减速运动到D点，速度恰好减为0
	在不涉及时间问题的讨论时可优先选择哪个力学规律	动能定理、能量守恒定律

题型二 “传送带”模型中的动力学和能量问题

1. 设问的角度

(1) 动力学角度：首先要正确分析物体的运动过程，做好受力分析，然后利用运动学公式结合牛顿第二定律求物体及传送带在相应时间内的位移，找出物体和传送带之间的位移关系。

(2) 能量角度：求传送带对物体所做的功、物体和传送带由于相对滑动而产生的热量、因放上物体而使电动机多消耗的电能等，常依据功能关系或能量守恒定律求解。

2. 功能关系分析

(1) 功能关系： $W = \Delta E_k + \Delta E_p + Q$ 。

(2) 对W和Q的理解：①传送带克服摩擦力做的功 $W = F_f x_{\text{沿}}$ ；②产生的内能 $Q = F_f x_{\text{相对}}$ 。

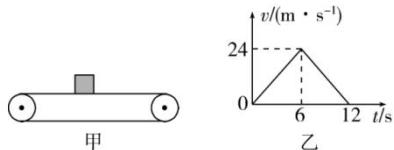
3. 解决传送带问题的关键点

(1) 摩擦力的方向及存在阶段的判断。

(2) 物体能否达到与传送带共速的判断。

(3) 弄清能量转化关系：传送带因传送物体多消耗的能量等于物体增加的机械能与产生的内能之和。

例 2 多选 如图甲所示，一水平的浅色长传送带上放置一煤块（可视为质点），煤块与传送带之间的动摩擦因数为 $\mu = 0.2$ 。初始时，传送带与煤块都是静止的。现让传送带在外力作用下先加速后减速，其 $v - t$ 图像如图乙所示，假设传送带足够长，经过一段时间，煤块在传送带上留下了一段黑色痕迹， $g = 10m/s^2$ ，则下列说法正确的是（）

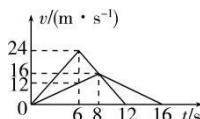


- A. 黑色痕迹的长度为 36m
 B. 煤块在传送带上的相对位移大小为 16m
 C. 若煤块的质量为 1kg，则煤块与传送带间因摩擦产生的热量为 160J
 D. 煤块的质量越大黑色痕迹的长度越短

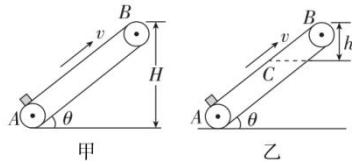
【答案】BC

【解析】 煤块先做匀加速直线运动，由牛顿第二定律可知加速度大小为 $a_1 = \mu g = 2 \text{m/s}^2$ ，经时间 $t_1 = 6 \text{s}$ ，速度达到 $v_1 = a_1 t_1 = 12 \text{m/s}$ ，设再经过时间 t_2 煤块和传送带共速，速度为 v_2 ，传送带减速的加速度大小为 $a_3 = 4 \text{m/s}^2$ ，有 $v_2 = v_m - a_3 t_2$ ， $v_2 = v_1 + a_1 t_2$ ，联立解得 $t_2 = 2 \text{s}$ ， $v_2 = 16 \text{m/s}$ ，此后因 $a_3 > \mu g$ ，则煤块和传送带各自匀减速到停止，煤块减速到零的时间 $t_3 = \frac{v_2}{\mu g} = 8 \text{s}$ ，在题图

乙中作出煤块的 $v - t$ 图像如图所示。由图可知，煤块先相对传送带沿负方向滑动，相对位移大小为 $\Delta x_1 = \frac{12 \times 6}{2} \text{m} + \frac{12 \times 2}{2} \text{m} = 48 \text{m}$ ，共速后煤块相对传送带沿正方向滑动，相对位移大小为 $\Delta x_2 = \frac{16 \times 8}{2} \text{m} - \frac{16 \times 4}{2} \text{m} = 32 \text{m}$ ，痕迹 Δd 应取较长的相对位移，则 $\Delta d = \Delta x_1 = 48 \text{m}$ ，故 A 错误；全程煤块在传送带上的相对位移大小为 $\Delta x = \Delta x_1 - \Delta x_2 = 16 \text{m}$ ，故 B 正确；煤块与传送带间因摩擦产生的热量 $Q = \mu mg(\Delta x_1 + \Delta x_2) = 160 \text{J}$ ，故 C 正确；若煤块的质量变大，其加速和减速的加速度均不变，则 $v - t$ 图像不变，各段的相对位移不变，则痕迹长度也不变，故 D 错误。



迁移应用 1. 多选 如图所示，甲、乙两种长度相同、粗糙程度不同的传送带倾角均为 θ ，以相同恒定速率 v 向上运动。现将一质量为 m 的小物体（视为质点）轻轻放在 A 处，小物体在甲传送带上到达 B 处时恰好达到传送带的速率 v ；在乙传送带上到达离 B 竖直高度为 h 的 C 处时达到传送带的速率 v 。已知 B 处离地面高度为 H ，则物体在从 A 到 B 的运动过程中（ ）



- A. 两种传送带对小物体做功相等
 B. 将小物体传送到B处，乙传送带上的划痕长
 C. 将小物体传送到B处，用乙传送带因摩擦产生的热量多
 D. 将小物体传送到B处，用甲传送带需要的时间较长

【答案】AD

【解析】传送带对物体做的功等于物体机械能的增加量，两种情况物体重力势能和动能增加量都相等，所以机械能增加量相等，所以两种传送带对小物体做功相等，故A正确；设小物体在甲传送带上到达B处所用时间为 t_1 ，小物体在乙传送带上到达C处所用时间为 t_2 ，则甲传送带上划痕长度为 $s_{\text{甲}} = s_{\text{皮带}} - s_{\text{物体}} = vt_1 - \frac{0+v}{2} \cdot t_1 = \frac{1}{2}vt_1$ ，同理乙传送带上划痕长度为 $s_{\text{乙}} = \frac{1}{2}vt_2$ ，同时有 $t_1 = \frac{\frac{H}{\sin\theta}}{\frac{v}{2}} = \frac{2H}{v\sin\theta}$ ， $t_2 = \frac{2(H-h)}{v\sin\theta}$ ，可得 $t_1 > t_2$ ，所以有 $s_{\text{甲}} > s_{\text{乙}}$ ，故B错误；用甲传送带因摩擦产生的热量为 $Q_{\text{甲}} = f \cdot s_{\text{甲}} = f \cdot \frac{1}{2}vt_1 = f \cdot s_{\text{物体}}$ ，根据动能定理有 $f \cdot s_{\text{物体}} - mgH = \frac{1}{2}mv^2$ ，所以有 $Q_{\text{甲}} = mgH + \frac{1}{2}mv^2$ ，同理可得 $Q_{\text{乙}} = mg(H-h) + \frac{1}{2}mv^2$ ，所以有 $Q_{\text{甲}} > Q_{\text{乙}}$ ，故C错误；传送到B处，用甲传送带需要的时间为 $t_{\text{甲}} = t_1 = \frac{2H}{v\sin\theta}$ ，用乙传送带需要的时间为 $t_{\text{乙}} = t_2 + \frac{\frac{h}{\sin\theta}}{v} = \frac{2(H-h)}{v\sin\theta} + \frac{h}{v\sin\theta} = \frac{2H-h}{v\sin\theta}$ ，所以有 $t_{\text{甲}} > t_{\text{乙}}$ ，故D正确。

题型三 “滑块—木板”模型中的动力学和能量问题

1. 模型分类

“滑块—木板”模型根据情况可以分成水平面上的“滑块—木板”模型和斜面上的“滑块—木板”模型。

2. 位移关系

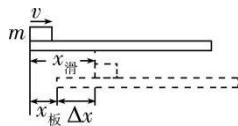
滑块从木板的一端运动到另一端的过程中，若滑块和木板沿同一方向运动，则滑块的位移大小和木板的位移大小之差等于木板的长度；若滑块和木板沿相反方向运动，则滑块的位移大小和木板的位移大小之和等于木板的长度。

3. “滑块—木板”模型问题的分析方法

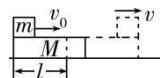
(1) 动力学分析：分别对滑块和木板进行受力分析，根据牛顿第二定律求出各自的加速度；从放上滑块到二者速度相等，所用时间相等，由 $t = \frac{\Delta v_2}{a_2} = \frac{\Delta v_1}{a_1}$ ，可求出共同速度 v 和所用时间 t ，然后由位移公式可分别求出二者的位移。

(2) 功和能分析：对滑块和木板分别运用动能定理，或者对系统运用能量守恒定律， $Q = \Delta E_{\text{kin}}$ ，即系统机械能的损失量等于产生的摩擦热。如图所示，要注意区分三个位移：

- ①求摩擦力对滑块做功时用滑块对地的位移 $x_{\text{滑}}$ ；
- ②求摩擦力对木板做功时用木板对地的位移 $x_{\text{板}}$ ；
- ③求摩擦产生的热量时用相对位移 Δx 。



例 3 如图，质量为 M 、长为 l_0 的木板静止放置于光滑水平地面上，一质量为 m 的物块（可看成质点）以速度 v_0 从左端冲上木板，物块与木板间的滑动摩擦力大小为 F_f 。当物块滑至木板最右端时，两者恰好达到共同速度 v 。



- (1) 物块的位移为多少？对物块列出动能定理的表达式。
- (2) 对木板列出动能定理的表达式。
- (3) 一对滑动摩擦力对系统做的功怎样表示？（用 F_f 、 l 、 l_0 表示）系统动能变化量为多少？（用 M 、 m 、 v_0 、 v 表示）系统摩擦力做功的过程中产生了多少热量？（用 M 、 m 、 v_0 、 v 表示）与一对滑动摩擦力对系统做功的大小相等吗？这说明什么？

【答案】见解析

【解析】 (1) 物块的位移 $x = l + l_0$ ，对物块由动能定理得 $-F_f(l + l_0) = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$

(2) 对木板由动能定理得 $F_f l = \frac{1}{2}Mv^2$

(3) 一对滑动摩擦力对系统做的功为 $-F_f l_0$ ，系统动能变化量为 $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$

系统摩擦力做功过程中产生的热量

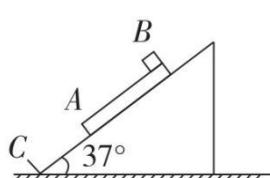
$$Q = \frac{1}{2}mv_0^2 - (\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Mv^2)$$

可知，系统摩擦力做功产生的热量与一对滑动摩擦力对系统做功的大小相等，这说明能量是守恒的。

迁移应用 2. [2024 · 河北衡水模拟] 多选 如图所示，倾角为 37° 的粗糙斜面固定在水平地面上，斜面底端固定一与斜面垂直的弹性挡板 C。长度为 $L = 8\text{m}$ 、质量为 $M = \frac{4}{3}\text{kg}$ 的长木板 A 置于斜面上，质量为 $m = 1\text{kg}$ 的物块 B（可视为质点）置于长木板上端，物块 B 与长木板 A 之间的动摩擦因数为 $\mu_1 = 0.25$ ，长木板 A 与斜面之间的动摩擦因数为 $\mu_2 = \frac{9}{28}$ ，长木板 A 下端与挡板 C 的距离为 $d = 6\text{m}$ 。同时由静止释放长木板 A 和物块 B，长木板 A 与挡板 C 碰撞后原速率返回。

$\sin 37^\circ = 0.6$, $\cos 37^\circ = 0.8$, 重力加速度取 $g = 10\text{m/s}^2$ 。下列说法正确的是

()



- A. 长木板 A 刚开始沿斜面向下运动时的加速度大小为 3m/s^2
- B. 物块 B 在长木板 A 上运动的时间为 4s
- C. 物块 B 在长木板 A 上运动的过程中，系统产生的内能为 61J
- D. 物块 B 从长木板 A 上滑下后，A 将不再沿斜面下滑

【答案】AC

【解析】对物块 B 由牛顿第二定律得 $mgs \sin 37^\circ - \mu_1 mg \cos 37^\circ = ma_1$ ，解得 $a_1 = 4\text{m/s}^2$ ，对长木板 A 由牛顿第二定律得 $Mgs \sin 37^\circ + \mu_1 mg \cos 37^\circ - \mu_2(M + m)g \cos 37^\circ = Ma_2$ ，解得 $a_2 = 3\text{m/s}^2$ ，A 正确；由匀变速直线运动规律得长木板 A 运动到挡板所用的时间满足 $d = \frac{1}{2}a_2 t_1^2$ ，解得 $t_1 = 2\text{s}$ ，此时物块 B 运动的位移为 $x = \frac{1}{2}a_1 t_1^2 = 8\text{m}$ ，长木板 A 沿斜面向上运动时，由牛顿第二定律得 $Mgs \sin 37^\circ + \mu_2(M + m)g \cos 37^\circ + \mu_1 mg \cos 37^\circ = Ma_3$ ，解得 $a_3 = 12\text{m/s}^2$ ，设从长木板 A 下端与挡板 C 相碰至 B 离开长木板所用时间为 t_2 ，由匀变速直线运动规律得 $L + d - x = a_1 t_1 t_2 + \frac{1}{2}a_1 t_2^2 + a_2 t_1 t_2 - \frac{1}{2}a_3 t_2^2$ ，解得 $t_2 = 0.5\text{s}$ ，物块 B 在长木板 A 上运动的时间为 $t = t_1 + t_2 = 2.5\text{s}$ ，B 错误；物块 B 从长木板 A 上滑下时，长木板 A 的速度为 $v = a_2 t_1 - a_3 t_2 = 0$ ，由于 $\mu_2 < \tan 37^\circ$ ，长木板 A 会沿斜面下

滑，D 错误；物块B在长木板A上运动产生的内能为 $Q_1 = \mu_1 mgL\cos37^\circ = 16J$ ，长木板A在斜面上运动产生的内能为

$Q_2 = \mu_2(M+m)g[d + \frac{(a_2 t_1)^2}{2a_3}] \cos37^\circ = 45J$ ，系统产生的内能为 $Q = Q_1 + Q_2 = 61J$ ，C 正确。

温馨提示 请完成《分层突破训练》课时作业 32

实验 7 验证机械能守恒定律

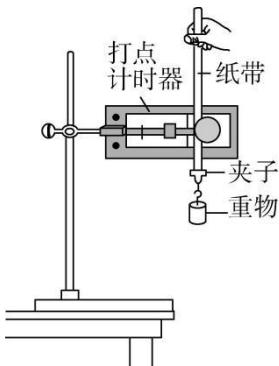
必备知识·强基固本

一、实验目的

1. 掌握验证机械能守恒定律的方法。
2. 会用计算法或图像法处理实验数据。

二、实验原理

通过实验求出重物做自由落体运动时重力势能的减少量、相应过程动能的增加量，若二者相等，即可验证机械能守恒定律。实验装置如图所示。



【答案】相等

三、实验器材

铁架台（带铁夹），电磁打点计时器，重物（带纸带夹子），纸带数条，复写纸片，导线，刻度尺，学生电源。

四、实验步骤

1. 把打点计时器安装在铁架台上，用导线把打点计时器与学生电源连接好。
2. 把纸带的一端与重物用夹子固定好，另一端穿过打点计时器限位孔，用手竖直提起纸带使重物停靠在打点计时器附近。
3. 接通电源，松开纸带，让重物自由下落。
4. 重复几次，得到 3~5 条打好点的纸带。
5. 在打好点的纸带中挑选点迹清晰的一条纸带，在起始点标上 0，以后各点依次标 1、2、3、…，用刻度尺测出对应下落高度 h_1 、 h_2 、 h_3 、…。

五、实验数据处理

1. 求瞬时速度

由公式 $v_n = \underline{\hspace{10em}}$ 计算出重物下落 h_1 、 h_2 、 h_3 、 \dots 的高度时对应的瞬时速度 v_1 、 v_2 、 v_3 、 \dots 。

【答案】 $\frac{h_{n+1}-h_{n-1}}{2T}$

2. 验证守恒

方法一：利用起始点和第 n 点计算，将 v_n 和 h_n 代入 gh_n 和 $\frac{1}{2}v_n^2$ ，如果在实验误差

允许的范围内， $gh_n = \frac{1}{2}v_n^2$ ，则验证了机械能守恒定律。

方法二：任取两点 A 、 B ，测出 A 、 B 两点间距离 h_{AB} ，算出 gh_{AB} 和 $(\frac{1}{2}v_B^2 - \frac{1}{2}v_A^2)$ 的值，如果在实验误差允许的范围内， $gh_{AB} = \frac{1}{2}v_B^2 - \frac{1}{2}v_A^2$ ，则验证了机械能守恒定律。

方法三：图像法，从纸带上选取多个点，测量从第一点到其余各点的下落高度 h ，并计算各点对应速度的二次方 (v^2)，然后以 $\frac{1}{2}v^2$ 为纵轴，以 h 为横轴，根据实验数据绘出 $\frac{1}{2}v^2 - h$ 图线。若在误差允许的范围内图像是一条过原点且斜率为 g 的直线，则验证了机械能守恒定律。

六、注意事项

1. 安装打点计时器时要竖直架稳，使其两限位孔在同一竖直线上，以减小摩擦阻力。

2. 重物应选用质量大、体积小、密度大的，阻力一定时，增大重力可使阻力的影响相对减小，质量一定时，增大密度可以减小体积，可使空气阻力减小。

3. 应先接通电源，让打点计时器正常工作后，再松开纸带让重物下落。

4. 测长度，算速度：某时刻的瞬时速度的计算不能用 $v_n = \sqrt{2gh_n}$ 或 $v_n = gt_n$ 。

测量下落高度时，为了减小测量值的相对误差，选取的各计数点要离起始点远一些。

5. 此实验中不需要测量重物的质量。

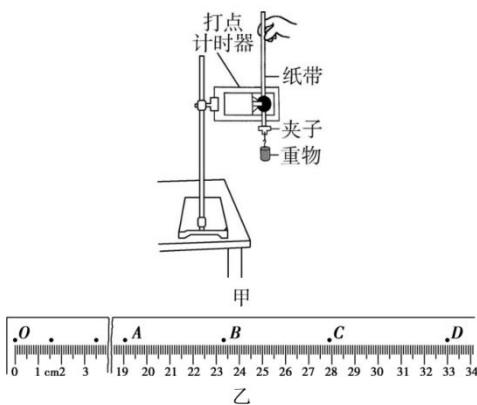
七、误差分析

1. 测量误差：减小测量误差的方法，一是测下落距离时都从 0 点量起，用刻度尺一次将所打各点对应的下落高度测量完，二是多测几次取平均值。

2.系统误差：由于重物和纸带下落过程中要克服阻力做功，故动能的增加量 $\Delta E_k = \frac{1}{2}mv_n^2$ 必定稍小于重力势能的减少量 $\Delta E_p = mgh_n$ ，改进办法是调整安装的器材，尽可能地减小阻力。

关键能力·核心突破 探究点一 教材原型实验

例 1 [2021 · 浙江 6 月选考卷 · 17 (1), 5 分] 在“验证机械能守恒定律”实验中，小王用如图甲所示的装置，让重物从静止开始下落，打出一条清晰的纸带，其中的一部分如图乙所示。 O 点是打下的第一个点， A 、 B 、 C 和 D 为另外 4 个连续打下的点。



① 为了减小实验误差，对体积和形状相同的重物，实验时选择密度大的理由是 _____。

② 已知交流电频率为 50Hz，重物质量为 200g，当地重力加速度 $g = 9.80\text{m/s}^2$ ，则从 O 点到 C 点，重物的重力势能变化量的绝对值 $|\Delta E_p| = \underline{\hspace{2cm}}$ J、 C 点的动能 $E_{kC} = \underline{\hspace{2cm}}$ J（计算结果均保留 3 位有效数字）。比较 E_{kC} 与 $|\Delta E_p|$ 的大小，出现这一结果的原因可能是 _____（单选）。

- A. 工作电压偏高
- B. 存在空气阻力和摩擦力
- C. 接通电源前释放了纸带

【答案】① 阻力与重力之比更小（或其他合理解释）

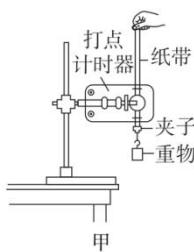
② $0.542 \sim 0.550$; $0.570 \sim 0.590$; C

【解析】

① 在“验证机械能守恒定律”的实验中，在体积和形状相同时，选择重物的质量应适当大一些，这样可以减小阻力对实验结果的影响。

② 从图中可以读出 $h_{OC} = 0.2790\text{m}$ ，重力势能变化量的绝对值 $|\Delta E_p| = mgh_{OC} = 0.2 \times 9.80 \times 0.2790\text{J} \approx 0.547\text{J}$ ，打下C点时，重物的速度 $v_C = \frac{x_{BD}}{2T} = \frac{(33.00 - 23.35) \times 10^{-2}}{0.04}\text{m/s} \approx 2.41\text{m/s}$ ，对应动能 $E_{kC} = \frac{1}{2}mv_C^2 \approx 0.581\text{J}$ 。电压的高低不会影响打点时间间隔，对实验不会造成影响，A错误；如果存在空气阻力和摩擦力，那么减少的重力势能应大于增加的动能，B错误；如果接通电源前释放了纸带，则打O点时重物已有动能，则计算出的减少的重力势能比增加的动能少，C正确。

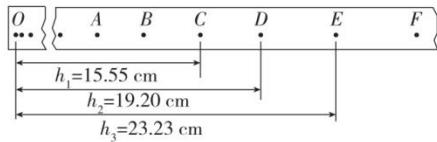
迁移应用。利用如图甲所示的装置做“验证机械能守恒定律”实验。已知打点计时器打点周期 $T = 0.02\text{s}$ ，当地的重力加速度为 g 。



(1) 甲同学实验时进行了如下操作，其中正确的是_____（选填选项前的字母）。

- A. 需使用天平测出重物的质量
- B. 安装打点计时器时尽量使两个限位孔在同一竖直线上
- C. 重复操作时尽量让重物从同一位置开始下落
- D. 测量纸带上某点A到第一个点间的距离 h ，利用 $v = \sqrt{2gh}$ 计算A点的速度

(2) 甲同学从打出的纸带中选出符合要求的一条纸带，如图乙所示（其中一段纸带图中未画出）。图中O点为打出的起始点，且速度为零。选取在纸带上连续打出的点A、B、C、D、E、F作为计数点，测出C、D、E点距起始点O的距离分别为 h_1 、 h_2 、 h_3 ，由此可计算出打点计时器打下D点时重物下落的瞬时速度 $v_D = \underline{\hspace{2cm}}$ m/s（结果保留3位有效数字）。用 m 表示重物的质量，在误差允许的范围内，若满足表达式 $mgh_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ，则可认为重物下落过程中机械能守恒（用给出的已知物理量的符号表示）。



乙

- (3) 乙同学想用图像法处理数据。他在纸带上选取多个计数点，测量它们到起始点 O 的距离 h ，计算对应计数点的重物速度 v ，进而描绘出 $\frac{v^2}{2} - h$ 图像。请你帮他分析确定判断的依据：要想说明机械能是守恒的，则图线应该是一条过原点的直线，且斜率等于_____。

- (4) 大多数学生的实验结果显示，重力势能的减少量大于动能的增加量，原因是_____。

- A. 利用公式 $v = gt$ 计算重物速度
- B. 利用公式 $v = \sqrt{2gh}$ 计算重物速度
- C. 存在空气阻力和摩擦阻力的影响
- D. 没有采用多次实验取平均值的方法

【答案】(1) B

(2) 1.92; $\frac{m(h_3-h_1)^2}{8T^2}$

(3) 当地的重力加速度 g

(4) C

【解析】

- (1) 实验要验证的关系式中两边都有 m ，可消掉，则该实验不需用天平测出重物的质量，A 错误；安装打点计时器时尽量使两个限位孔在同一竖直线上，以减小打点计时器与纸带之间的摩擦力，B 正确；重复操作时没必要让重物从同一位置开始下落，C 错误；应该根据某段时间的平均速度等于中间时刻的瞬时速度来计算 A 点的速度，若利用 $v = \sqrt{2gh}$ 计算 A 点的速度相当于间接使用了机械能守恒定律，这样就失去了验证的价值，D 错误。

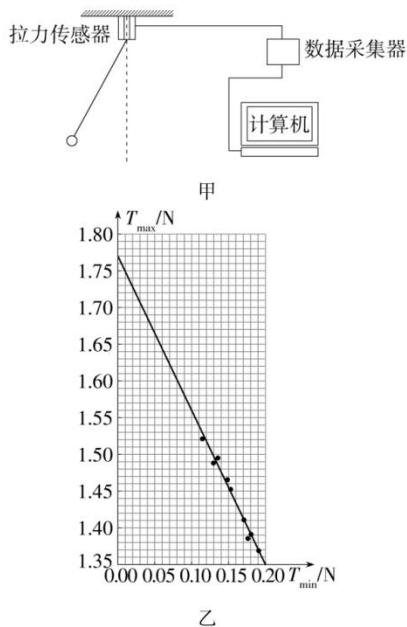
- (2) 打点计时器打下 D 点时重物下落的瞬时速度 $v_D = \frac{x_{CE}}{2T} = \frac{h_3-h_1}{2T} = 1.92\text{m/s}$ 用 m 表示重物的质量， $\frac{1}{2}mv_D^2 = \frac{m(h_3-h_1)^2}{8T^2}$ ，在误差允许的范围内，若满足表达式 $mgh_2 = \frac{m(h_3-h_1)^2}{8T^2}$ 则可认为重物下落过程中机械能守恒。

(3) 根据 $mgh = \frac{1}{2}mv^2$, 可得 $\frac{1}{2}v^2 = gh$, 若机械能守恒, 则 $\frac{v^2}{2} - h$ 图像中的图线应该是一条过原点的直线, 且斜率等于当地的重力加速度 g 。

(4) 由于空气阻力和摩擦阻力的影响, 有一部分重力势能会转化为内能, 选项 C 正确。

探究点二 创新拓展实验

例 2 [2022 · 湖北卷 · 12, 7 分]某同学设计了一个用拉力传感器验证机械能守恒定律的实验。一根轻绳一端连接固定的拉力传感器, 另一端连接小钢球, 如图甲所示。拉起小钢球至某一位置由静止释放, 使小钢球在竖直平面内摆动, 记录钢球摆动过程中拉力传感器示数的最大值 T_{\max} 和最小值 T_{\min} 。改变小钢球的初始释放位置, 重复上述过程。根据测量数据在直角坐标系中绘制的 $T_{\max} - T_{\min}$ 图像是一条直线, 如图乙所示。



(1) 若小钢球摆动过程中机械能守恒, 则图乙中直线斜率的理论值为

_____°。

(2) 由图乙得: 直线的斜率为_____, 小钢球的重力为___N。(结果均保留 2 位有效数字)

(3) 该实验系统误差的主要来源是_____(单选, 填正确答案标号)。

- A. 小钢球摆动角度偏大
- B. 小钢球初始释放位置不同
- C. 小钢球摆动过程中有空气阻力

【答案】(1) -2

(2) -2.1; 0.59

(3) C

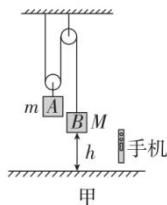
【解析】

(1) 小钢球摆至最高点时有 $T_{\min} = mg \cos \theta$, 小钢球摆至最低点时有 $T_{\max} = mg + m \frac{v^2}{L}$, 根据机械能守恒定律有 $mgL(1 - \cos \theta) = \frac{1}{2}mv^2$, 三式联立整理得 $T_{\max} = 3mg - 2T_{\min}$, 故直线斜率的理论值为 -2。

(2) 由 T_{\max} 与 T_{\min} 的函数式可知, 图像的纵截距为 $3mg = 1.77N$, 则 $mg = 0.59N$, 在图线上取两点坐标求斜率, 有 $k = \frac{\Delta T_{\max}}{\Delta T_{\min}} = \frac{1.35 - 1.77}{0.20 - 0} = -2.1$ 。

(3) 小钢球摆动过程克服空气阻力做功, 使一部分机械能转化为内能, 故选 C。

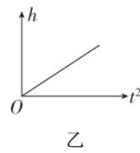
例 3 如图甲, 轻质动滑轮下方悬挂物块 A, 轻质定滑轮右侧线下方悬挂物块 B, 悬挂动滑轮的线竖直且不计重力, 重力加速度为 g 。某同学利用手机和此装置验证机械能守恒定律, 实验步骤如下。



- (1) 用天平分别测出物块 A、B 的质量 m 、 M 。
- (2) 用毫米刻度尺测出释放前物块 B 距离地面的高度 h 。
- (3) 打开手机录像功能, 然后释放物块 B, 录下物块 B 下落过程, 通过录像测得物块 B 的下落时间 t ; 计算得到物块 B 落地时速度 $v = \underline{\hspace{2cm}}$ 。若物块 A、B 组成的系统机械能守恒, 则应满足的表达式为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
(均用 m 、 M 、 h 、 t 、 g 表示)

- (4) 改变释放高度 h 重复上述实验过程。根据实验数据作出 $h - t^2$ 图像如图乙所示, 计算得图线斜率为 k 。若系统机械能守恒, 应满足

$k = \underline{\hspace{2cm}}$; 请指出可能造成本实验误差的原因 (至少两条)
 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



【答案】 (3) $\frac{2h}{t}$; $(2M - m)g = (4M + m)\frac{h}{t^2}$

(4) $\frac{(2M-m)g}{4M+m}$; 见解析

【解析】

(3) 物块B从静止开始做匀变速直线运动, 有 $h = \frac{1}{2}vt$, 得到物块B落地时速度 $v = \frac{2h}{t}$, 物块A此时的速度为 $\frac{v}{2}$, 若A、B组成的系统机械能守恒, 有 $Mgh - mg \cdot \frac{h}{2} = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}m(\frac{1}{2}v)^2$, 将 $v = \frac{2h}{t}$ 代入并整理得物块A、B组成系统机械能守恒应满足的表达式为 $(2M - m)g = (4M + m)\frac{h}{t^2}$ 。

(4) 由表达式 $(2M - m)g = (4M + m)\frac{h}{t^2}$, 整理可得 $h = \frac{(2M-m)g}{4M+m}t^2$, 则有 $k = \frac{(2M-m)g}{4M+m}$; 可能造成本实验误差的原因有空气阻力, 手机测量时间有误差, 高度测量有误差, 滑轮处有摩擦等。

温馨提示 请完成《分层突破训练》课时作业 33